

成人高考高升专数学考试模拟题二

一、选择题：本大题共17小题，每小题5分，共85分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、随机抽取10名小学生，他们出生在不同月份的概率为（ ）

- A. $\frac{10!}{12!}$ B. $\frac{10!}{12^{10}}$ C. $\frac{C_{12}^{10}}{12^{10}}$ D. $\frac{A_{12}^{10}}{12^{10}}$

答案：D

解析：基本事件总数 $n = 12^{10}$ ，基本事件

中条件事件A的个数为 $m = A_{12}^{10}$ ，则概率 $P(A) =$

$$\frac{m}{n} = \frac{A_{12}^{10}}{12^{10}}.$$

【考点指要】本题主要考查概率的基本求法，是近几年成人高考中常考的内容。

2、对任意两个集合A，B，下列命题中正确的是（ ）

- A. $(A \cap B) \in A$ B. $(A \cap B) \subseteq B$
C. $(A \cap B) = A$ D. $\emptyset \subseteq (A \cap B)$

答案：B

解析：由于 $A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ ，

即 $A \cap B$ 中元素是A和B的公共元素，所以 $(A \cap B) \subseteq A$ 且 $(A \cap B) \subseteq B$ 。

【考点指要】本题考查集合的概念及其有关运算。

3、若直线 $x+ay+2=0$ 和直线 $2x+3y+1=0$ 互相垂直，则 $a=$ （ ）

- A. $-\frac{2}{3}$ B. $-\frac{3}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{2}$

答案：A

解析：由两条已知直线互相垂直可得

$$1 \times 2 + 3 \times a = 0, \text{ 得解 } a = -\frac{2}{3}.$$

【考点指要】本题考查两条直线的位置关系。在判断两条直线的垂直关系时，通常利用直线的斜率。也可以用下面的充要条件：设两条直线 l_1 和 l_2 分别为 $A_1x+B_1y+C_1=0$, $A_2x+B_2y+C_2=0$ ，则 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2=0$ 。

4、对称轴为坐标轴，离心率 $e=2/3$ ，长轴长为6的椭圆方程是（ ）

- A. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$
C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 或 $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 或 $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$

答案：C

解析：由于椭圆的长轴长为6，则其长半

轴 $a=3$ ，又椭圆的离心率 $e=\frac{2}{3}$ ，所以椭圆的半焦距 $c=2$ ，进而椭圆的短半轴 $b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{5}$ 。因为椭圆的对称轴为坐标轴，所以椭圆应有两个标准方程，分别为 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 和 $\frac{y^2}{9} + \frac{x^2}{5} = 1$ 。

【考点指要】本题主要考查椭圆的标准方程及其几何性质，需要特别注意的是当仅给出椭圆的对称轴为坐标轴时，应考虑到椭圆的标准方程有两个。

5、已知函数 $f(x)=\log_3(x+1)+\log_3(5-x)$ ，则 $f(x)$ 的（ ）

- A、最大值为3
B、最大值为9
C、最大值为2

D、最小值为2

答案：C

解析： $f(x)=\log_3[(x+1)(5-x)]=$

$$\log_3(-x^2+4x+5)=\log_3[-(x-2)^2+9].$$

$$\text{因为 } \begin{cases} x+1>0, \\ 5-x>0 \end{cases} \Rightarrow -1<x<5,$$

所以当 $x=2$ 时， $-(x-2)^2+9$ 取得最大值9，则 $f(x)$ 的最大值为 $\log_3 9=2$ 。故选C。

【考点指要】本题主要考查对数函数的定义域、对数运算法则以及二次函数的最大值的求法等知识。

6、已知向量 \mathbf{a} ， \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}|=1$ ， $|\mathbf{b}|=4$ 且 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=2$ ，则 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为（ ）

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{\pi}{2}$

答案：C

解析：由 $\cos\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}}{|\mathbf{a}| |\mathbf{b}|} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ ，

$$\text{得 } \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \frac{\pi}{3}.$$

【考点指要】本题考查向量的数量积及向量夹角的求法。

7、 $\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ 是等比数列 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ 的（ ）

- A、第 n 项
B、第 $n+1$ 项
C、第 $n+2$ 项
D、第 $n+3$ 项

答案：C

解析：等比数列 $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$ 的首项

$$a_1=1, \text{公比 } q=\frac{1}{2}, \text{它的第 } n \text{ 项 } a_n=a_1 q^{n-1}=$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}. \text{它的第}(n+2)\text{项为 } a_{n+2}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+2-1}=$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}, \text{故 } \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} \text{ 是等比数列的第 } n+2 \text{ 项.}$$

【考点指要】根据已知的等比数列求其通项公式，是成人高考的常见题。

8、已知函数 $f(3x)=\log_2 \sqrt{\frac{9x+5}{2}}$ ，则 $f(1)$ 的值为（ ）

- A. 1 B. $\log_2 \sqrt{7}$ C. -1 D. $-\log_2 \sqrt{7}$

答案：A

解析：由 $f(3x)$ 求 $f(1)$ ，设 $3x=1$ ， $x=$

$\frac{1}{3}$ 代入函数 $f(3x)$ 的解析式，得 $f(1) =$

$$\log_2 \sqrt{\frac{3+5}{2}} = 1.$$

【考点指要】本题主要考查函数的概念、函数变量代换及函数值的求法。这种题型在近几年的考题中经常出现。

9、已知数列 $0, \frac{1}{4}, \frac{2}{9}, \dots, \frac{n-1}{n^2}, \dots$ 其中 0.09 是它的（ ）

- A、第3项
B、第4项
C、第10项
D、第11项

答案：C

解析：设 0.09 是数列的第 n 项，则 $\frac{n-1}{n^2} =$

0.09，列出关于 n 的方程解出 n 的值，注意 $n \in \mathbf{N}^+$ 。

$$\frac{n-1}{n^2} = \frac{9}{100}, \text{解得 } n=10$$

【考点指要】本题主要考查数列通项公式的意义，考试大纲要求达到灵活应用的水平。

10、若使函数 $y=x^3+ax^2-\frac{4}{3}a$ 在 $x=a$ 处的导数值为 0，则常数 $a=$ （ ）

- A、0
B、-1/2

- C、0或-1/2
D、0或1/2

答案：C

解析：因为 $y = x^3 + ax^2 - \frac{4}{3}a$, a 为常数，

所以 $y' = 3x^2 + 2ax$ ，

则 $y'|_{x=a} = 4a^3 + 2a^2 = 0$ ，

即 $2a^2(2a+1) = 0$ ，

解得 $a = 0$ 或 $a = -\frac{1}{2}$ 。

【考点指要】本题主要考查幂函数导数的计算公式。值得注意的有以下两点：①因为 a 是常数，所

以 $-\frac{4}{3}a$ 的导数应为 0；②解方程 $2a^2(2a+1) = 0$

时，应得到 $a^2 = 0$ 或 $2a+1 = 0$ ，从而得两解。

- 11、已知二次函数 $y = x^2 + ax + 1$ 在区间 $[1, +\infty)$ 上为递增函数，则实数 a 的取值范围是 ()

- A、 $a \geq -2$
B、 $a \leq -2$
C、 $a \geq -1$
D、 $a \leq -1$

答案：A

解析：先配方： $y = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 + 1 - \frac{a^2}{4}$ ，

可知其图象的对称轴为 $x = -\frac{a}{2}$ 。

画出其图象的草图，即可得出 $-\frac{a}{2} \leq 1$ ，解得

$a \geq -2$ 。故选 A。

【考点指要】本题主要考查二次函数的单调区间以及配方法和数形结合的思想在解题中的应用。

- 12、下列命题正确的是 ()

- A、若以 $a^2 > a$ ，则 $a > 0$
B、若 $a^2 > a$ ，则 $a < 0$
C、若 $a < 1$ ，则 $a^2 < a$
D、若 $a < 0$ ，则 $a \leq 0$

答案：D

解析：对于A项，当 a 为负数时， $a^2 > 0 > a$ ，结论 $a > 0$ 不成立；对于B项，当 $a > 1$ 时， $a^2 > a$ ，结论 $a < 0$ 不成立；对于C项，当 $a < 1$ 时，取 $a < 0$ ，则 $a^2 > 0 > a$ ，结论 $a^2 < a$ 不成立；对于D项，若 $a < 0$ ，则 $a \leq 0$ 一定成立。

【考点指要】本题以不等式的基本性质考查命题的真假性。

- 13、已知 $f(x) = x^2 - 2x + m$ ($m \in \mathbb{R}$)。设 $a = f\left(\frac{1}{2}\right)$, $b = f(2)$ ，则有 ()

- A、 $a > b$
B、 $a < b$
C、 $a = b$
D、 a, b 大小不确定

答案：B

解析：

$f(x)$ 的图象关于直线 $x = 1$ 对称，并且当 $x < 1$ 时

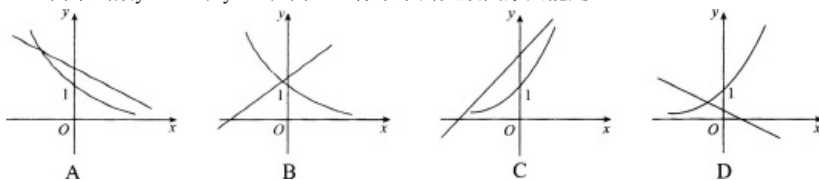
函数为减函数，当 $x > 1$ 时函数为增函数，由此可

知 $f(2) = f(0)$ 。又因为 $0 < \frac{1}{2}$ ，所以 $f(0) >$

$f\left(\frac{1}{2}\right)$ ，即 $b > a$ 。

【考点指要】本题主要考查二次函数的性质及函数单调性的简单应用。

- 14、两个函数 $y = ax + b$ 和 $y = bx$ 在同一坐标系中的大致图象只能是 ()



答案：C

解析：由于函数 $y=ax+b$ 是一次函数，其图象是直线，且 b 是其纵截距(即直线与 y 轴交点的纵坐标). 而 $y=bx$ 是指数函数. 其图象特征是恒过 $(0, 1)$ 点. 当底数 $b>1$ 时，函数为增函数. 而当 $0<b<1$ 时，函数为减函数. A项中由直线可知 $b>1$ ，而由曲线的图象可知 $y=bx$ 是减函数，即 $0<b<1$ ，显然不正确；B项与A项同理不正确；C项中两函数的图象反映出 b 值一致；D项中两图象反映的 b 值不一致.

【考点指要】本题主要考查一次函数和指数函数的性质及其图象特征. 在同一坐标系中的两个函数式，相同的字母 b 的取值范围也应一致，这是判断图象是否正确的标准.

15、设 $f(x+1) = x + 2\sqrt{x} + 1$, 则 ()

A. $f(x) = x + 2\sqrt{x-1}$

B. $f(x) = x - 1 + 2\sqrt{x}$

C. $f(x) = x + 2\sqrt{x+1}$

D. $f(x) = x + 1 + 2\sqrt{x}$

答案：A

解析：当已知 $f(x+1)$ 求 $f(x)$ 时，一般都

用变量代换法：设 $x+1=t$ ，则 $x=t-1$ ，代入原式

中，得 $f(t) = t + 2\sqrt{t-1}$ ，再将 t 换写成 x 即可，

$f(x) = x + 2\sqrt{x-1}$ ，故正确答案是A.

【考点指要】本题主要考查函数的一般运算，如已知 $f(x)$ 求 $f(x+1)$ 或已知 $f(x+1)$ 求 $f(x)$.

16、若 $f(x+1) = \frac{1}{2}f(x)$, 则函数 $f(x)$ 可以是 ()

A. $f(x) = \frac{x}{2}$

B. $f(x) = x + \frac{1}{2}$

C. $f(x) = 2^{-x}$

D. $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

答案：C

解析： $f(x) = 2^{-x}$, $f(x+1) = 2^{-(x+1)}$, 由此

得 $f(x+1) = \frac{1}{2}f(x)$.

【考点指要】本题主要考查函数中自变量、对应法则之间的变换关系.

17、椭圆的焦距等于长轴的一个端点与短轴的一个端点之间的距离，则椭圆的离心率为 ()

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$

B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$

C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

答案：B

解析：椭圆中 $a^2 - b^2 = c^2$ ，由已知条件得 $a^2 +$

$b^2 = 4c^2$ ，故 $a^2 = \frac{5}{2}c^2$, $a = \frac{\sqrt{10}}{2}c$ ，则离心率 $e =$

$\frac{c}{a} = \frac{\sqrt{10}}{5}$.

【考点指要】本题主要考查椭圆中半长轴 a ，短半轴 b ，

半焦距 c 的关系和离心率 e 的求法，即 $a^2 = b^2 + c^2$ 和

$e = \frac{c}{a}$.

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分. 把答案填在题中横线上.

18、某灯泡厂生产25 W电灯泡，随机地抽取7个进行寿命检查(单位：h)，结果如下：1487, 1394, 1507, 1528, 1409, 1587, 1500，该产品的平均寿命估计是 _____，该产品的寿命方差是 _____.

1487 h, 3855 h 【解析】

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i,$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2, \text{注意使用计算器.}$$

【考点指要】本题主要考查样本平均数和样本方差等基本概念，这是在统计初步中必须掌握的公式.

19、已知 $\tan\theta = 1/2$ ，则 $\sin 2\theta + \sin^2\theta =$ _____.

1 【解析】

$$\sin 2\theta + \sin^2\theta = \cos^2\theta \cdot \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta} +$$

$$1 - \cos^2\theta = \frac{2\tan\theta}{\cos^2\theta} + 1 - \frac{1}{\cos^2\theta} = \frac{2\tan\theta}{\sin^2\theta + \cos^2\theta} +$$

$$1 - \frac{1}{\frac{\sin^2\theta + \cos^2\theta}{\cos^2\theta}} = \frac{2\tan\theta}{1 + \tan^2\theta} + 1 - \frac{1}{1 + \tan^2\theta} =$$

$$\frac{1}{1 + \frac{1}{4}} + 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{4}} = 1.$$

【考点指要】本题主要考查三角函数的恒等变换和二倍角公式的应用，是成人高考的常见题型，本题难度略大，考生应认真思考，写

清恒等变换的步骤.

20、 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA} =$ _____.

3. \overrightarrow{AB}

【解析】

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} -$$

$$\overrightarrow{BA} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AB}.$$

【考点指要】本题考查了向量的概念以及向量的运算等知识.

21、已知A(-1, -1), B(3, 7)两点, 则线段AB的垂直平分线方程为_____.

$$x+2y-7=0$$

【解析】设线段的垂直平分线

上任一点为 $P(x, y)$, 则 $|PA| = |PB|$, 即

$$\sqrt{[x-(-1)]^2 + [y-(-1)]^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y-7)^2},$$

整理得 $x+2y-7=0$.

【考点指要】本题考查点与直线的位置关系与两点间的距离公式.

三、解答题: 本大题共4小题. 共49分. 解答应写出推理、演算步骤.

22、在 $\triangle ABC$ 中, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$, $\cos C = \frac{3}{4}$.

(I)求 $\sin A$ 的值;

(II)求 AC .

$$(I) \because \cos C = \frac{3}{4}, C \in (0, \pi),$$

$$\therefore \sin C = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

$$\because \text{在 } \triangle ABC \text{ 中}, \frac{BC}{\sin A} = \frac{AB}{\sin C},$$

$$\therefore \frac{1}{\sin A} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{7}}{4}}, \sin A = \frac{\sqrt{14}}{8}.$$

(II) 设 $AC = x (x > 0)$, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos C$.

$$\because AB = \sqrt{2}, BC = 1, \cos C = \frac{3}{4},$$

$$\therefore (\sqrt{2})^2 = 1 + x^2 - 2 \times 1 \times x \times \frac{3}{4},$$

整理得 $2x^2 - 3x - 2 = 0$,

$$\text{解得 } x_1 = 2, x_2 = -\frac{1}{2} (\text{舍}), \therefore AC = 2.$$

【考点指要】本题主要考查解三角形的有关知识, 主要是应用正弦定理、余弦定理进行求解.

23、在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos \frac{A-C}{2} = 2\sin \frac{B}{2}$, 证明 a, b, c 成等差数列.

由已知得

$$\cos \frac{A-C}{2} \cos \frac{B}{2} = 2\sin \frac{B}{2} \cos \frac{B}{2} \quad ①$$

$$① \text{ 式左边} = \cos \frac{A-C}{2} \cos \left(90^\circ - \frac{A+C}{2} \right)$$

$$= \cos \frac{A-C}{2} \sin \frac{A+C}{2}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\sin \left(\frac{A-C}{2} + \frac{A+C}{2} \right) - \right.$$

$$\left. \sin \left(\frac{A-C}{2} - \frac{A+C}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} [\sin A - \sin(-C)]$$

$$= \frac{1}{2} (\sin A + \sin C),$$

① 式右边 = $\sin B$.

$$\text{故 } \sin B = \frac{1}{2} (\sin A + \sin C),$$

由正弦定理, 得

$$b = \frac{1}{2} (a + c),$$

所以 a, b, c 成等差数列.

【考点指要】本题主要考查三角函数的恒等变换以及积化和差公式的应用, 积化和差有一定难度, 请考生注意.

24、(本小题满分12分)

已知 a, b, c 成等比数列, x 是 a, b 的等差中项, y 是 b, c 的等差中项, 证明: $\frac{a}{x} + \frac{c}{y} = 2$.

由已知条件得

$$b^2 = ac, 2x = a + b, 2y = b + c \quad ①$$

$$\therefore 2cx = ac + bx, 2ay = ab + ac \quad ②$$

② 中两式相加得, $2ay + 2cx = ab + 2ac + bx$,

又 ① 中后两式相乘得, $4xy = (a+b)(b+c) =$

$$ab + b^2 + ac + bc = ab + 2ac + bx,$$

$$\therefore 2ay + 2cx = 4xy,$$

$$\text{即 } \frac{a}{x} + \frac{c}{y} = 2.$$

【考点指要】本题考查考生对等差中项和等比中项公式的理解及运用.

25、等差数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 3n - 1$, 在 $\{a_n\}$ 中, 每相邻的两项之间插入三项, 构成新的等差数列 $\{b_n\}$.

(I)求 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II)求 $\{b_n\}$ 前10项的和.

(I) 已知有 $b_1 = a_1 = 2, b_2 = a_2 = 5$,
 由等差数列通项公式有 $b_n = b_1 + 4d$,
 即 $5 = 2 + 4d, d = \frac{3}{4}$,
 $b_n = b_1 + (n-1)d = 2 + \frac{3}{4}(n-1)$
 $= \frac{3}{4}n + \frac{5}{4}$.
 (II) $S_{10} = 10b_1 + \frac{10 \times 9}{2} \times \frac{3}{4} = 20 + \frac{135}{4}$
 $= \frac{215}{4}$.

【考点指要】 本题主要考查等差数列的通项公式和前n项和公式的运用，是成人高考常见题型.

