

## 成人高考高升专数学考试模拟题五

一、选择题：本大题共17小题，每小题5分，共85分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、抛物线的顶点是双曲线 $9x^2-4y^2=36$ 的中心，而焦点是双曲线的左顶点，则抛物线的方程为（ ）

- A、 $y^2=-4x$
- B、 $y^2=-8x$
- C、 $y^2=-9x$
- D、 $y^2=-18x$

答案：B

解析：双曲线 $9x^2-4y^2=36$ 可化为标准

方程 $\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}=1$ ，实轴为 $x$ 轴，左顶点为 $(-2,0)$ 。

根据题意，所求抛物线的顶点为 $(0,0)$ ，开口向左，焦点为 $(-2,0)$ 。可设该抛物线方程为 $y^2=-2px$ ，焦点为 $(-\frac{p}{2},0)$ 。为确定 $p$ ，可令 $-\frac{p}{2}=-2$ ，即 $p=4$ ，故所求抛物线的方程为 $y^2=-8x$ 。

【考点指要】熟练掌握双曲线、抛物线的标准方程，并根据已知条件确定抛物线方程中的 $p$ 值，属于成人高考的重点题。

2、在 $\triangle ABC$ 中，已知 $(a+b+c) \cdot (b+c-a)=3bc$ ，则角 $A$ 为（ ）

- A、 $\frac{\pi}{6}$
- B、 $\frac{\pi}{4}$
- C、 $\frac{\pi}{3}$
- D、 $\frac{\pi}{2}$

答案：C

解析：首先简化式中的已知条件， $\because (a+b+c) \cdot (b+c-a) = 3bc$ ， $\therefore (b+c)^2 - a^2 = 3bc$ ，得 $b^2 + c^2 - a^2 = bc$ ，再代入余弦定理公式，得 $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{bc}{2bc} = \frac{1}{2}$ ，即 $A = \frac{\pi}{3}$ 。

【考点指要】本题要求会用余弦定理解斜三角形，难点在于如何简化和利用所给的已知条件，本题属于拉开分数档次的题。

3、函数 $y = \lg \frac{1}{1-x} + \sqrt{x+2}$ 的定义域为（ ）

- A、 $[-2, +\infty)$
- B、 $[-2, 1)$
- C、 $(-\infty, 1)$
- D、 $[-2, 1) \cup (1, +\infty)$

答案：B

解析：由 $\begin{cases} \frac{1}{1-x} > 0, \\ x+2 \geq 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x < 1, \\ x \geq -2, \end{cases}$ 故函数定义域为 $[-2, 1)$ 。

【考点指要】本题主要是以对数和二次根式的形式求复合函数的定义域，只需真数大于零，被开方数大于或等于零即可。

4、设 $f(x)$ 是反比例函数，且 $f(-2)=4$ ，则（ ）

- A、 $f(x) = \frac{4}{x}$
- B、 $f(x) = -\frac{4}{x}$
- C、 $f(x) = \frac{8}{x}$
- D、 $f(x) = -\frac{8}{x}$

答案：D

解析：设所求反比例函数为 $f(x) = \frac{k}{x}$ ，因为 $f(-2)=4$ ，所以将 $x=-2, f(x)=4$ 代入所设得 $f(-2) = \frac{k}{-2} = 4$ ，即 $k=-8$ 。由此可知反比例函数为 $f(x) = -\frac{8}{x}$ 。

【考点指要】本题主要考查反比例函数的概念和解析式，根据已知条件求反比例函数的解析式，属基本概念题。

5、下面四个关系式:① $\emptyset \neq \{0\}$ ;② $0 \in \{0\}$ ;③ $\emptyset \subseteq \{0\}$ ;④ $0 \notin \emptyset$ ,其中正确的个数是( )

- A、4
- B、3
- C、2
- D、1

答案: A

解析: 【解析】①中 $\emptyset$ 表示空集, $\{0\}$ 表示集合中有

一个元素0,所以 $\emptyset \neq \{0\}$ 正确;②中0是集合 $\{0\}$ 中的元素,所以 $0 \in \{0\}$ 正确;③中 $\emptyset$ 是非空集合的真子集,所以 $\emptyset \subseteq \{0\}$ 正确;④中 $\emptyset$ 不含任何元素,所以 $0 \notin \emptyset$ 正确.

【考点指要】本题考查元素与集合之间的关系,重点考查空集( $\emptyset$ )的概念及相关性质,需要注意的是 $\{0\}$ 不是空集,而是有一个元素0的单元元素集.

6、设 $x, y \in \mathbf{R}, M = \{(x, y) \mid y - 3 = x - 2\}, N = \{(x, y) \mid \frac{y-3}{x-2} = 1\}$ ,则 $M, N$ 的关系是( )

- A.  $M \in N$
- B.  $M \subseteq N$
- C.  $M = N$
- D.  $N \subseteq M$

答案: D

解析: 集合M中,  $x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}$ , 而集合N中 $x \neq 2$ , 且 $y \in \mathbf{R}$ . M中有元素(2, 3)这个点, 而N中没有(2, 3)这个点, 所以 $M \supsetneq N$ .

【考点指要】本题考查的主要内容是两个函数相等的条件, 即定义域相等、解析式相等以及集合中真子集的概念.

7、已知M(3, -1), N(-3, 5), 则线段MN的垂直平分线方程为( )

- A、 $x - y - 2 = 0$
- B、 $x + y - 2 = 0$
- C、 $3x - 2y + 3 = 0$
- D、 $x - y + 2 = 0$

答案: D

解析: 线段MN所在直线的斜率为 $\frac{5 - (-1)}{-3 - 3} = \frac{6}{-6} = -1$ .

因此线段MN的垂直平分线的斜率为1. 排除B, C两项. 线段MN的中点坐标为

$(\frac{3 + (-3)}{2}, \frac{-1 + 5}{2}) = (0, 2)$ . 该点在直线 $x - y + 2 = 0$ 上. 故选D.

【考点指要】本题考查直线间垂直的有关知识, 是历年成人高考的常见题.

8、方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 的两根为 $x_1$ 和 $x_2$ , 若 $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 5$ , 则 $m =$  ( )

- A、-10
- B、10
- C、-5
- D、5

答案: A

解析: 由一元二次方程根与系数的关系

(韦达定理)知, $x_1 + x_2 = -m, x_1 x_2 = 2$ . 所以

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = -\frac{m}{2} = 5$ , 解得 $m = -10$ .

【考点指要】本题主要考查一元二次方程根与系数的关系及考生的运算能力.

9、函数 $y = x^2 + 2x$ 与 $y = x^2 - 2x$ 的图象( )

- A、关于x轴对称
- B、关于y轴对称
- C、关于原点对称
- D、关于x轴和y轴都不对称

答案: B

解析: 两函数图象的对称性可转化为两图

象上点的对称性来考虑. 设 $(x, y)$ 是 $y = x^2 + 2x$ 上的一点, 则 $(-x, y)$ 是 $y = x^2 - 2x$ 上的一点; 反之, 设 $(x, y)$ 是 $y = x^2 - 2x$ 上的一点, 则 $(-x, y)$ 是 $y = x^2 + 2x$ 上的一点. 由于点 $(x, y)$ 与点 $(-x, y)$ 是关于 $y$ 轴对称的, 由点的任意性知 $y = x^2 + 2x$ 与 $y = x^2 - 2x$ 的图象关于 $y$ 轴对称.

【考点指要】本题主要考查函数图象的对称性, 是历年成人高考的常见题.

- 10、已知 $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$ , 则 $\cos^2\theta + \cos^4\theta$ 的值为 ( )  
 A. 1 B.  $\sqrt{3}$   
 C.  $\sqrt{2}$  D. 2

答案: A

解析: 因为 $\sin\theta + \sin^2\theta = 1$ ,  $\sin^2\theta + \cos^2\theta =$

1, 所以 $\sin\theta = \cos^2\theta$ , 因此得到 $\sin^2\theta = \cos^4\theta$ , 于是 $\cos^2\theta + \cos^4\theta = \cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ .

【考点指要】本题主要考查同角三角函数的关系式, 即平方关系. 同角三角函数的关系式变换在近几年成人高考中经常出现. 要求考生能根据具体情况灵活运用.

- 11、函数 $y = -\sqrt{2}\sin 2x - 1$ 的最小正周期和最大值分别为 ( )  
 A.  $4\pi$  和  $\sqrt{2} - 1$  B.  $\pi$  和  $-\sqrt{2} - 1$   
 C.  $\pi$  和  $\sqrt{2} - 1$  D.  $\frac{\pi}{2}$  和  $-\sqrt{2} - 1$

答案: C

解析: 函数 $y = -\sqrt{2}\sin 2x - 1$ 的最小正周期

$T = \frac{2\pi}{2} = \pi$ . 又当 $\sin 2x = -1$ 时函数值最大, 其值

为 $-\sqrt{2} \times (-1) - 1 = \sqrt{2} - 1$ .

【考点指要】本题考查的是三角函数 $y = A\sin(\omega x + \varphi) + B$ 的周期性和最值问题, 需要注意的是正弦函数 $y = \sin x$ 和余弦函数 $y = \cos x$ 的最小正周期为 $2\pi$ , 正切函数 $y = \tan x$ 的最小正周期为 $\pi$ .

- 12、设 $x + x^{-1} = 2$ , 则 $x^2 + x^{-2}$ 的值是 ( )  
 A. 0  
 B. 4  
 C. 2  
 D. 1

答案: C

解析: 由已知条件易得 $(x + x^{-1})^2 = 4$ , 所

以 $x^2 + x^{-2} = 2$ .

【考点指要】本题主要利用倒数定义化简求值, 这是解综合题经常用到的方法.

- 13、函数 $y = \sin 2x \cdot \tan x$ 的最小正周期是 ( )  
 A.  $\pi$  B.  $\frac{\pi}{2}$  C.  $\frac{3\pi}{2}$  D.  $2\pi$

答案: A

解析:  $\because y = \sin 2x \cdot \tan x$ ,

$\therefore y = 2\sin x \cos x \cdot \frac{\sin x}{\cos x} = 2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$ .

$\therefore y$ 的最小正周期为 $\frac{2\pi}{2} = \pi$ .

【考点指要】本题主要考查三角函数的恒等变换及周期的计算. 求三角函数周期的常用方法是通过三角变换化为 $A\sin(\omega x + \varphi)$  (或 $A\cos(\omega x + \varphi)$ ) 的形式, 由 $\sin x$  (或 $\cos x$ ) 的周期 $T = 2\pi$ , 求出 $A\sin(\omega x + \varphi)$  (或 $A\cos(\omega x + \varphi)$ ) 的周期 $T' = \frac{2\pi}{|\omega|}$ . 此类题在历年成人高考中属常见题.

- 14、若 $|a| = 1$ ,  $|b| = \sqrt{2}$ ,  $(a - b) \perp a$ , 则 $a$ 与 $b$ 的夹角为 ( )  
 A.  $30^\circ$   
 B.  $45^\circ$   
 C.  $60^\circ$   
 D.  $75^\circ$

答案: B

解析: 因为 $(a-b) \perp a$ ,

所以 $(a-b) \cdot a = 0$ , 即 $a^2 - b \cdot a = 0$ , 则有

$$a \cdot b = a^2 = |a|^2 = 1,$$

$$\text{所以 } \cos \langle a, b \rangle = \frac{a \cdot b}{|a||b|} = \frac{1}{1 \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

又因为 $\langle a, b \rangle \in [0, \pi]$ , 所以夹角为 $\frac{\pi}{4}$ .

【考点指要】 本题考查向量的模与夹角的计算、向量的数量积的几何意义及对垂直问题的应用.

15、已知 $x > 0$ ,  $y > 0$ ,  $2x + y = 3$ , 则 $xy$ 的最大值为 ( )

A.  $\frac{9}{8}$

B.  $\frac{3}{2}$

C.  $\frac{9}{4}$

D.  $\frac{3}{4}$

答案: A

解析: 解法一 因为 $2x + y = 3$ , 即 $y =$

$$3 - 2x, \text{ 所以 } xy = x(3 - 2x) = -2x^2 + 3x =$$

$$-2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}\right) + \frac{9}{8} = -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 +$$

$$\frac{9}{8}, \text{ 显然 } xy \leq \frac{9}{8}, \text{ 且当 } x = \frac{3}{4} \text{ 时 } xy \text{ 取得最大值}$$

$$\frac{9}{8}, \text{ 故选 A.}$$

解法二 由已知 $2x > 0, y > 0$ , 所以 $3 = 2x + y \geq 2\sqrt{2xy}$ ,

当且仅当 $2x = y$ 时取等号, 所以 $9 \geq 8xy$ , 因此,

$$\text{当 } x = \frac{3}{4}, y = \frac{3}{2} \text{ 时 } xy \text{ 取得最大值 } \frac{9}{8}.$$

【考点指要】 本题可由二次函数的解析式 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 用公式求得最值, 此时应注意二次函数的定义域, 看 $-\frac{b}{2a}$ 是否在定义域内. 若在, 则可用公式法求最值; 若不在, 则不可用公式法求最值.

16、在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $BC = \sqrt{2}, AC = 2, \angle B = \frac{\pi}{4}$ , 则 $\angle A =$

A.  $\frac{\pi}{6}$

B.  $\frac{5\pi}{6}$

C.  $\frac{\pi}{3}$

D.  $\frac{2\pi}{3}$

答案: A

解析: 由正弦定理得 $\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B}$ ,

$$\therefore \frac{\sqrt{2}}{\sin A} = \frac{2}{\sin \frac{\pi}{4}}, \text{ 得 } \sin A = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2},$$

$$\therefore A = \frac{\pi}{6} (0 < A < \frac{3\pi}{4}).$$

【考点指要】 本题考查解三角形的知识.

17、用1, 2, 3, 4这四个数字可以组成没有重复数字的三位数的个数是 ( )

A、 4

B、 24

C、 64

D、 81

答案: B

解析: 由1, 2, 3, 4可以组成没有重复数字

的三位数的个数为 $A_4^3 = 24$ .

【考点指要】 本题考查排列的基础知识.

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分. 把答案填在题中横线上.

18、某学科的一次练习中, 第一小组5个人成绩如下(单位: 分): 98, 89, 70, 92, 90, 则分数的样本方差为\_\_\_\_\_.

88. 96 【解析】 平均分

$$\bar{x} = \frac{98 + 89 + 70 + 92 + 90}{5} = 87.8, \text{ 所以样本方}$$

$$\text{差 } s^2 = \frac{1}{5} [(98 - 87.8)^2 + (89 - 87.8)^2 + (70 -$$

$$87.8)^2 + (92 - 87.8)^2 + (90 - 87.8)^2] = 88.96.$$

【考点指要】 本题主要考查样本的平均数与方差的计算. 对于统计问题, 只需记清概念和公式, 计算时不出错即可.

19、从某班的一次数学测试卷中取出10份作为一个样本, 记录试卷的得分分别为86, 91, 100; 72, 93, 89, 90, 85, 75, 95, 那么样本平均数  $\bar{X}$  \_\_\_\_\_

87.6 【解析】

$$\bar{x} = \frac{1}{10}(86+91+\dots+95) = 87.6.$$

【考点指要】本题考查统计初步中样本平均数的求法。

20、过两点A(-1, 3)和B(2, -3)的直线的斜率k=\_\_\_\_\_.

-2【解析】因为A(-1, 3), B(2, -3), 所以

$$k_{AB} = \frac{3-(-3)}{-1-2} = -2.$$

【考点指要】本题主要考查由直线上的两点坐标求直线斜率的公式的应用, 即若直线上有已知两点  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ , 则直线的斜率  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ,

$$\text{也可写成 } k = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}.$$

21、函数  $y=2x(x+1)$  在  $x=2$  处的切线方程是\_\_\_\_\_.

$10x-y-8=0$ 【解析】

由函数  $y=2x(x+1)$

知,  $y'=(2x^2+2x)'=4x+2$ , 则  $y'|_{x=2}=10$ . 又当  $x=2$  时,  $y=12$ , 知此函数的切线过点(2, 12), 且斜率为10. 则其切线方程为  $10(x-2)=y-12$ , 即  $10x-y-8=0$ .

【考点指要】本题考查利用导数求曲线的切线方程,  $y=f(x)$  在点  $P(x_0, y_0)$  处的导数值即为曲线  $y=f(x)$  在该点处切线的斜率.

三、解答题: 本大题共4小题. 共49分. 解答应写出推理、演算步骤.

在  $\triangle ABC$  中, 已知  $AB=2, BC=1, CA=\sqrt{3}$ , 点  $D, E, F$  分别在  $AB, BC, CA$  边上,  $\triangle DEF$

22、为正三角形, 记  $\angle FEC$  为  $\alpha$ , 如果  $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7}$ , 求  $\triangle DEF$  的边长.

由  $AB=2$ ,

$BC=1, CA=\sqrt{3}$  得  $BC^2 + CA^2 = AB^2$ . 因此  $\angle C = 90^\circ$ . 如图所示.

因为  $\sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$ , 所

以  $\angle A = 30^\circ$ .

于是  $\angle B = 60^\circ$ .

设正  $\triangle DEF$  边长为  $l$ , 已知

$$\sin \alpha = \frac{2\sqrt{7}}{7},$$

$$\text{从而 } \cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$

$$\text{由此 } EC = l \cos \alpha = \frac{\sqrt{21}}{7} l.$$

由图知,  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$  (三角形内角和);

$$\angle 3 + \angle 4 + \alpha = 180^\circ.$$

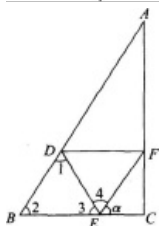
因为  $\angle 2 = \angle 4 = 60^\circ$ , 所以  $\angle 1 = \alpha$ .

在  $\triangle DBE$  中, 由正弦定理得  $\frac{DE}{\sin B} = \frac{BE}{\sin \alpha}$ .

$$\text{从而 } BE = \frac{\sin \alpha l}{\sin B} = \frac{2\sqrt{7}}{7} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot l = \frac{4\sqrt{21}}{21} l.$$

$$\text{由 } BE + EC = BC = 1 \text{ 得 } \frac{\sqrt{21}}{7} l + \frac{4\sqrt{21}}{21} l = 1.$$

$$\text{从而 } l = \frac{\sqrt{21}}{7}.$$



【考点指要】本题主要考查三角函数的概念、同角三角函数的关系及正弦定理, 这些均是考试大纲要求掌握的重要概念, 并要求能达到灵活应用的程度. 此类题是在成人高考中出现频率较高的题型.

23、已知  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$  ( $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ), 求  $\sin \theta - \cos \theta$  及  $\tan \theta$  的值.

(1) 由  $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}$  两边同时

$$\text{平方得 } 1 + \sin 2\theta = \frac{2}{9}, \text{ 即 } \sin 2\theta = -\frac{7}{9}.$$

$$\text{因为 } (\sin \theta - \cos \theta)^2 = 1 - \sin 2\theta = \frac{16}{9}, \text{ 且 } \frac{\pi}{2} <$$

$\theta < \pi$ , 所以  $\sin \theta > 0, \cos \theta < 0$ .

$$\text{进而 } \sin \theta - \cos \theta > 0, \text{ 因此 } \sin \theta - \cos \theta = \frac{4}{3}.$$

$$(2) \text{ 解方程组 } \begin{cases} \sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{3}, \\ \sin \theta - \cos \theta = \frac{4}{3}. \end{cases}$$

$$\text{得 } \sin \theta = \frac{4+\sqrt{2}}{6}, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}-4}{6},$$

$$\text{则 } \tan \theta = \frac{4+\sqrt{2}}{\sqrt{2}-4} = -\frac{9+4\sqrt{2}}{7}.$$

【考点指要】本题主要考查  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = 1 + \sin 2\alpha$  这一常用的变形公式, 在解决此类问题时, 需注意三角函数在各象限内的符号.



设斜率为  $\frac{3}{4}$  的一条直线与椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$  的一个交点为  $(2, 3)$ , 且椭圆的右焦

24、点到该直线的距离为  $\frac{12}{5}$ , 求  $a^2$  与  $b^2$  的值.

由直线经过点  $(2, 3)$  且斜率为  $\frac{3}{4}$ ,

得其方程为  $y - 3 = \frac{3}{4}(x - 2)$ ,

即  $3x - 4y + 6 = 0$  ①

由点  $(2, 3)$  在椭圆  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  上得

$$\frac{4}{a^2} + \frac{9}{b^2} = 1 \quad ②$$

由椭圆方程知其右焦点为  $(\sqrt{a^2 - b^2}, 0)$ . 已知该点到直线 ① 的距离为  $\frac{12}{5}$ , 得

$$\frac{|3\sqrt{a^2 - b^2} - 4 \times 0 + 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{12}{5}.$$

化简得

$$a^2 - b^2 = 4 \quad ③$$

解方程组 ②③ 得  $a^2 = 16, b^2 = 12$ .

【考点指要】本题是直线与圆锥曲线中的椭圆相交的综合题, 主要考查直线的点斜式方程、点到直线的距离公式以及椭圆的长轴和短轴, 是成人高考的常见题.

25、用分期付款购买家用电器一件, 价格为1150元, 购买当天先付150元, 以后每月这一天都交付50元, 并加付欠款的利息, 月利率为1%, 若交付150元以后的第一个月开始算分期付款的第一个月, 20个月全部付清. 问分期付款的第十个月该交付多少钱? 全部货款付清后, 买这件家电实际花了多少钱?

购买时付了150元, 欠款1000元, 每月付50元, 分20次付清, 设每月付款数顺次组成数列  $\{a_n\}$ , 则

$a_1 = 50 + 1000 \times 0.01 = 60$  (元),

$a_2 = 50 + (1000 - 50) \times 0.01$

$= (60 - 0.5)$  (元),

$a_3 = 50 + (1000 - 50 \times 2) \times 0.01$

$= (60 - 0.5 \times 2)$  (元),

$a_4 = 50 + (1000 - 50 \times 3) \times 0.01$

$= (60 - 0.5 \times 3)$  (元),

依此类推, 得

$a_{10} = 60 - 0.5 \times 9 = 55.5$  (元),

$a_n = 60 - 0.5(n-1) (1 \leq n \leq 20)$ ,

所以付款数  $\{a_n\}$  组成等差数列, 公差  $d = -0.5$ . 全部货款付清后,

付款总数  $= S_{20} + 150$

$$= \frac{(a_1 + a_{20}) \cdot 20}{2} + 150$$

$$= 10(2a_1 + 19d) + 150$$

$$= (2 \times 60 - 19 \times 0.5) \times 10 + 150$$

$$= 1255 \text{ (元)}.$$

【考点指要】本题考查的主要内容是数列的基础知识在实际中的应用, 首先把实际中的问题转化成数列知识, 利用推理的方法验证此数列是等差数列.