

## 成人高考高升专数学考试模拟题四

一、选择题：本大题共17小题，每小题5分，共85分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、已知 $a=(3, 2)$ ,  $b=(-2, 3)$ , 则 $\cos(a, b)$ 为 ( )

- A.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       B. 0      C.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       D.  $\frac{1}{2}$

答案： B

解析：由 $a=(3, 2)$ ,  $b=(-2, 3)$ 得

$$\cos(a, b) = \frac{a \cdot b}{|a| |b|} = 0.$$

【考点指要】本题主要考查向量的数量积的运算。这是很重要的知识点，考试大纲要求理解并掌握。

2、已知 $|a|=4$ ,  $|b|=5$ , 向量 $a$ 与 $b$ 的夹角为 $\pi/3$ , 则 $a \cdot b$ 的值为 ( )

- A、 40  
B、 20  
C、 30  
D、 10

答案： D

解析：根据两个向量的数量积公式 $a \cdot b =$

$$|a| |b| \cos(a, b) \text{ 可求 } a \cdot b.$$

$$a \cdot b = |a| |b| \cos(a, b)$$

$$= 4 \times 5 \times \cos \frac{\pi}{3} = 20 \times \frac{1}{2} = 10.$$

【考点指要】本题考查根据已知条件求两个向量的数量积，此类题是近几年成人高考的重点题。

3、函数 $f(x)=(m-1)x^2+2mx+3$ 满足 $f(-1)=2$ , 则 ( )

- A、 在区间 $(0, +\infty)$ 上是增函数  
B、 在区间 $(-\infty, 0)$ 上是减函数  
C、 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是奇函数  
D、 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上是偶函数

答案： D

解析：由 $f(-1)=2$ 得 $m-1-2m+3=2$ , 故 $m=0$ , 则 $f(x)=-x^2+3$ , 结合二次函数的图象知选D.

【考点指要】本题考查二次函数的图象与性质等知识。

4、抛物线 $x^2=-2y+2$  ( )

- A、 开口向上, 顶点为 $(0, -1)$   
B、 开口向上, 顶点为 $(0, 1)$   
C、 开口向下, 顶点为 $(0, -1)$   
D、 开口向下, 顶点为 $(0, 1)$

答案： D

解析：抛物线方程 $x^2=-2y+2$ 通过变化

$$\text{可得 } y = -\frac{1}{2}x^2 + 1 \text{ 可知抛物线开口向下, 顶点为 } (0, 1).$$

【考点指要】本题主要考查抛物线的基本性质，是历年成人高考的常见题。

5、若 $\tan a=m$ 且 $a$ 在第三象限, 则 $\cos a$ 的值为

- A.  $\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+1}$  B.  $\frac{m^2+1}{m\sqrt{m^2+1}}$   
 C.  $-\frac{\sqrt{m^2+1}}{m^2+1}$  D.  $-\frac{m^2+1}{m\sqrt{m^2+1}}$

答案: C

解析: 因为  $\sec^2 \alpha = 1 + \tan^2 \alpha = 1 + m^2$ , 因

为  $\alpha$  在第三象限, 所以  $\sec \alpha = -\sqrt{1+m^2}$ ,  $\cos \alpha =$

$$\frac{1}{\sec \alpha} = -\frac{\sqrt{1+m^2}}{1+m^2}.$$

【考点指要】本题考查同角三角函数的关系. 这是学习、讨论三角函数时必须掌握的.

6、已知函数  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ , 则下列命题中正确的是 ( )

- A. 它是奇函数  
 B. 它的图象是由  $y = \sin 2x$  向左平移  $\frac{\pi}{3}$  得到的  
 C. 它的图象关于直线  $x = -\frac{5\pi}{12}$  成轴对称图形  
 D. 它的单调递增区间是  $\left[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$

答案: C

解析: 显然它不是奇函数, 不能认为含有“sin”符号的函数就是奇函数, 故 A 项错误. 图象的平移要看函数式中的自变量  $x$  的变化情况.

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left[2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)\right],$$

说明  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  的图象是把  $\sin 2x$  的图象向左平移  $\frac{\pi}{6}$ . 一般

说来,  $\sin(\omega x + \varphi)$  的图象是将  $\sin \omega x$  的图象沿  $x$  轴正方向平移了  $-\frac{\varphi}{\omega}$  而得到的, 故 B 项错误. 过

函数  $y = \sin x$  的每一个最大值点或最小值点 (即使  $\sin x = 1$  或  $-1$  的点) 作  $x$  轴的垂线, 都是其函

数图象的对称轴. 把  $x = -\frac{5\pi}{12}$  代入, 得  $\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) =$

$$\sin\left[2 \times \left(-\frac{5\pi}{12}\right) + \frac{\pi}{3}\right] = \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) =$$

$-1$ . 故 C 项正确. 函数  $y = \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$  在区间

$\left[-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}\right]$  上是单调递增的, 但函数的单调递增

区间有无穷多个, 即  $\left[k\pi - \frac{5\pi}{12}, k\pi + \frac{\pi}{12}\right]$ , 其中

$k \in \mathbb{Z}$  故 D 项不正确.

【考点指要】本题考查了三角函数的奇偶性、单调性以及图象的平移与对称轴, 对三角函数的性质进行了较全面的考查.

7、若方程  $x^2 + (m-3)x + m = 0$  的两根都是正实数, 则  $m$  的取值范围是 ( )

- A.  $0 < m \leq 3$   
 B.  $m \leq 1$  或  $m > 9$   
 C.  $0 < m \leq 1$   
 D.  $m > 9$

答案: C

解析: 一元二次方程有两个正实根的条件是:

设  $x_1, x_2$  是方程的两个根, 且  $x_1 > 0, x_2 > 0$ , 则

$$\begin{cases} \Delta = (m-3)^2 - 4m \geq 0, \\ x_1 + x_2 = -(m-3) > 0 \Rightarrow \\ x_1 x_2 = m > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m^2 - 10m + 9 \geq 0, \\ m - 3 < 0, \\ m > 0. \end{cases}$$

解得  $0 < m \leq 1$ .

【考点指要】本题主要考查一元二次方程根的性质、根与系数的关系 (即韦达定理)、解不等式组等知识以及运算能力.

8、设集合  $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$ ,  $B = \{x | |x - 2| > 2\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- A.  $\{x | -1 < x < 0\}$   
 B.  $\{x | 0 < x < 3\}$   
 C.  $\{x | -3 < x < 0\}$

D、 $\{x|0 < x < 1\}$

答案：A

解析：解不等式如下： $x^2 - 2x - 3 < 0 \Rightarrow$

$(x-3)(x+1) < 0 \Rightarrow -1 < x < 3, |x-2| > 2 \Rightarrow$   
 $x-2 > 2$  或  $x-2 < -2 \Rightarrow x > 4$  或  $x < 0$ . 由此得  
出  $A = \{x | -1 < x < 3\}, B = \{x | x < 0 \text{ 或 } x > 4\}$

4). 将它们分别表示在数轴上，即可求得  $A \cap B = \{x | -1 < x < 0\}$ .

【考点指要】本题考查一元二次不等式的解法、绝对值不等式的解法以及它们的解集在数轴上的表示。要求考生具有综合分析问题的能力。

9、等差数列  $0, -\frac{7}{2}, -7, \dots$  的第  $n+1$  项是 ( )

A.  $-\frac{7}{2}n$

B.  $-\frac{7}{2}(n-1)$

C.  $-\frac{7}{2}(n+1)$

D.  $-\frac{7}{2}n+1$

答案：A

解析：等差数列的首项  $a_1=0$ ，公差  $d=$

$-\frac{7}{2}$ ，则  $a_{n+1} = 0 + n \cdot \left(-\frac{7}{2}\right) = -\frac{7}{2}n$ .

【考点指要】本题主要考查等差数列的定义和通项公式的综合应用。数列的概念很重要。必须理解性记忆，并能灵活应用，数列问题是成人高考中常考的内容。

10、函数  $f(x)=ax^3+bx+1$  ( $a, b$  为常数),  $f(2)=3$ , 则  $f(-2)$  的值为 ( )

A、-3

B、-1

C、3

D、1

答案：B

解析：已知  $f(x)=ax^3+bx+1$ ,

$\because f(2)=a \cdot 2^3+b \cdot 2+1=3, \therefore a \cdot 2^3+b \cdot 2=2. f(-2)=a(-2)^3+b \cdot (-2)+1=-(a \cdot 2^3+b \cdot 2)+1=-2+1=-1.$

【考点指要】本题要求考生会求函数在某点处的函数值和灵活运用一定的解题技巧，本题也可通过函数的奇偶性解决。

11、函数  $f(x)=|x|+\cos x$  ( )

A、是奇函数

B、是偶函数

C、既是奇函数也是偶函数

D、既不是奇函数也不是偶函数

答案：B

解析：对于函数  $f(x)=|x|+\cos x$ ，由于  $f(-x)=|-x|+\cos(-x)=|x|+\cos x=f(x)$ ，所以函数  $f(x)=|x|+\cos x$  为偶函数。

【考点指要】本题考查函数奇偶性的概念以及对具体函数  $|x|$  与  $\cos x$  的奇偶性的判断。需要注意的是，无论是奇函数还是偶函数，其定义域均关于原点对称，这是函数具有奇偶性的前提，否则函数就不具有奇偶性。

12、已知  $1 < x < 10$ ,  $m=\lg x$ ,  $n=(\lg x)^2$ ,  $P=\lg x^2$ , 则  $m, n, P$  三者的大小关系是 ( )

A、 $m < n < P$

B、 $m < P < n$

C、 $n < P < m$

D、 $n < m < P$

答案：D

解析：因为  $1 < x < 10$ ，所以  $0 < \lg x < 1$ .  $n=(\lg x)^2 < \lg x < \lg x^2$ ,  $x=m$ .  $P=\lg x^2=2\lg x > \lg x=m$ .

【考点指要】本题主要考查常用对数函数的基本性

质。由于  $\lg x$  为增函数，所以当  $1 < x < 10$  时，

$\lg 1 < \lg x < \lg 10$ ，即  $0 < \lg x < 1$ .

13、函数  $y = \frac{1}{\sqrt{6-5x-x^2}}$  的定义域是

- A、 $(-\infty, -6) \cup (1, +\infty)$   
 B、 $(-6, 1)$   
 C、 $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$   
 D、 $(2, 3)$

答案：B

解析：因为  $y = \frac{1}{\sqrt{6-5x-x^2}}$ ，按定义域要

求必须有  $6-5x-x^2 > 0$ ，即  $x^2+5x-6 < 0$ ，即  $(x+6)(x-1) < 0$ ，解得  $-6 < x < 1$ ，用区间表示为  $(-6, 1)$ 。此处应注意分母不能为零。

【考点指要】本题要求按二次根式定义域来解一元二次不等式，求定义域是成人高考的常见题。

14、若  $x \in \mathbb{R}$ ，则“ $x > 3$ ”是“ $|x| > 3$ ”的（ ）

- A、充分但不必要条件  
 B、必要但不充分条件  
 C、充要条件  
 D、既不充分也不必要条件

答案：A

解析：根据充分条件、必要条件以及充要条件的概念可知，原命题中，当  $x > 3$  时，必有  $|x| > 3$ ；反之，当  $|x| > 3$  时，得  $x > 3$  或  $x < -3$ ，故  $x > 3$  是  $|x| > 3$  的充分但不必要条件。

【考点指要】本题主要考查简易逻辑中命题的条件和结论。判断一个命题中的条件是结论成立的充分条件、必要条件还是充要条件是成人高考中的常见题。

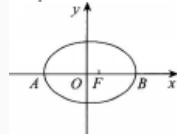
15、若椭圆的右焦点把长轴分成的两条线段的比为  $5:2$ ，则该椭圆的离心率  $e$  为（ ）

- A.  $\frac{5}{7}$       B.  $\frac{4}{7}$       C.  $\frac{3}{7}$       D.  $\frac{2}{7}$

答案：C

解析：如图所示，右焦点  $F$  把长轴  $AB$  分成

$$\begin{aligned} 5:2, \text{即 } |AF| : |FB| &= 5:2. \because |AF| = a+c, \\ |BF| &= a-c, \therefore (a+c) : (a-c) = 5:2, 2(a+c) \\ &= 5(a-c), 2a+2c = 5a-5c, 3a = 7c, \therefore e = \frac{c}{a} \\ &= \frac{3}{7}. \end{aligned}$$



【考点指要】本题主要考查椭圆离心率的定义、公式和计算。根据所给条件求椭圆的离心率是成人高考的常见题。

16、函数  $y=2x^3+3x^2-12x+1$  在区间  $(-2, 1)$  内是（ ）

- A、单调递增  
 B、单调递减  
 C、不增不减  
 D、有增有减

答案：B

解析： $y' = 6x^2 + 6x - 12$ ，在区间  $(-2, 1)$  内  $y' < 0$ ，所以函数在区间  $(-2, 1)$  内是单调递减的。

【考点指要】本题主要考查利用导数讨论函数的单调性问题，考试大纲要求会用这种方法讨论函数的性质。

17、已知  $\triangle ABC$  中， $A: B: C = 1: 2: 3$ ，那么  $a: b: c$  为（ ）

- A.  $1: 2: 3$       B.  $1: \sqrt{3}: 2$   
 C.  $3: 2: 1$       D.  $2: \sqrt{3}: 1$

答案：B

解析：因为  $A: B: C = 1: 2: 3$ ，所以  $A =$

$30^\circ, B = 60^\circ, C = 90^\circ$ 。由此得  $a: b: c = 1: \sqrt{3}: 2$ 。

【考点指要】本题主要考查解三角形的基本能力，即同一三角形内的边角关系。

二、填空题：本大题共4小题，每小题4分，共16分。把答案填在题中横线上。

18、二次函数 $f(x)=ax^2+2ax+1$ 在区间 $[-3, 2]$ 上的最大值是4，则 $a$ 的值是\_\_\_\_\_。

$\frac{3}{8}$  或  $-3$

【解析】二次函数的顶点坐标是 $(-1, 1-a)$ 。当 $a > 0$ 时， $f(x)_{\max} = f(2) = 8a + 1 = 4$ ，得 $a = \frac{3}{8}$ ；当 $a < 0$ 时， $f(x)_{\max} = f(-1) = 1 - a = 4$ ，得 $a = -3$ 。

【考点指要】本题主要考查二次函数的最值、顶点坐标等基本性质，配合二次函数的图象更容易理解。此题是常见题型，考试大纲要求掌握并会用。

19、经实验表明，某种药物的固定剂量会使心率增加，现有8个病人服用同一剂量的这种药，心率增加的次数分别为13, 15, 14, 10, 8, 12, 13, 11，则该样本的样本方差为\_\_\_\_\_。

4.5【解析】

本组8个数据的平均值为 $\bar{x} =$

$$\frac{1}{8}(13+15+14+10+8+12+13+11) = 12.$$

根据方差的计算公式可得 $s^2 = \frac{1}{8}[(13-12)^2 + (15-12)^2 + (14-12)^2 + (10-12)^2 + (8-12)^2 + (12-12)^2 + (13-12)^2 + (11-12)^2] = 4.5$ 。

【考点指要】本题主要考查样本平均数与样本方差的公式及计算。对于统计问题。只需识记概念和公式，计算时不出现错误即可。

20、函数 $y=4x^3-9x^2+6x+1$ 的驻点是\_\_\_\_\_。

$\frac{1}{2}, 1$

【解析】

因为 $y = 4x^3 - 9x^2 + 6x + 1$ ，所

以 $y' = 12x^2 - 18x + 6$ ，令 $12x^2 - 18x + 6 = 0$ ，

则 $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1$ 。

【考点指要】本题主要考查求多项式函数的导数和驻点的意义。

21、有一批相同型号的制作轴承用的滚珠，从中任意取出8个滚珠，分别测其外径，结果(单位：mm)如下：

13. 7, 12. 9, 14. 5, 13. 8, 13. 3, 12. 7, 13. 5, 13. 6,

则该样本的方差为\_\_\_\_\_mm<sup>2</sup>。

0. 2725【解析】样本平均数

$\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$ ，则

$$\bar{x} = \frac{1}{8}(13.7 + 12.9 + 14.5 + 13.8 + 13.3 + 12.7 + 13.5 + 13.6) = 13.5.$$

方差 $s^2 = \frac{1}{n}[(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \cdots + (\bar{x} - x_n)^2]$ ，则

$$s^2 = \frac{1}{8}[(13.5 - 13.7)^2 + (13.5 - 12.9)^2 + (13.5 - 14.5)^2 + (13.5 - 13.8)^2 + (13.5 - 13.3)^2 + (13.5 - 12.7)^2 + (13.5 - 13.5)^2 + (13.5 - 13.6)^2] \\ = \frac{1}{8} \times 2.18 = 0.2725.$$

【考点指要】本题考查的是对知识点“了解总体和样本的概念，会计算样本平均数和样本方差”的掌握情况。

三、解答题：本大题共4小题。共49分。解答应写出推理、演算步骤。

22、已知函数 $f(x)=ax^3-x^2+bx+1(a, b \in \mathbb{R})$ 在区间 $(-\infty, 0)$ 和 $(1, +\infty)$ 上都是增函数，在 $(0, 1)$ 内是减函数。

(I)求 $a, b$ 的值；

(II)求曲线 $y=f(x)$ 在 $x=3$ 处的切线方程。

(I)因为函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上

递增，在 $(0, 1)$ 内递减，在 $(1, +\infty)$ 上又递增，可知函数在 $x=0$ 和 $x=1$ 处的导数值均为0。

又 $f'(x) = 3ax^2 - 2x + b$ ，

所以 $f'(0) = b = 0, f'(1) = 3a - 2 + b = 0$ ，

解得 $a = \frac{2}{3}, b = 0$ ，

即 $f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + 1$ 。

(II)由(I)知 $a = \frac{2}{3}, b = 0$ ，所以 $f'(x) =$

$2x^2 - 2x$ ，

则 $f'(3) = 12$ 。

又 $f(3) = \frac{2}{3} \times 3^3 - 3^2 + 1 = 10$ ，

即切点为 $(3, 10)$ ，所以其切线方程为

$y - 10 = 12(x - 3)$ ，即 $12x - y - 26 = 0$ 。

【考点指要】本题主要考查函数导数的几何意义、导数的求法和导数的应用——函数的单调区间及曲线的切线方程的求法。

23、若双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两条准线将两个焦点的连线分成三等分，求双曲线的离心率。

设双曲线的半焦距为 $c$ ，则双曲线

准线方程为  $x = \pm \frac{a^2}{c}$ ,

则两准线间的距离为  $\frac{2a^2}{c}$ , 代入条件有  $\frac{2a^2}{c} =$

$$\frac{1}{3} \times 2c, \text{ 即 } \frac{c^2}{a^2} = 3,$$

故  $e = \sqrt{3}$ .

【考点指要】本题要求根据双曲线的焦距、离心率、准线方程三者之间的关系进行计算, 属较容易题, 在成人高考中常见.

24、设三个数  $a, b, c$  成等差数列, 其和为 6, 又  $a, b, c+1$  成等比数列, 求此三个数.

由  $a, b, c$  成等差数列, 得

$$2b = a + c$$

由已知条件, 得

$$a + b + c = 6$$

由  $a, b, c+1$  成等比数列, 得

$$b^2 = a(c+1)$$

将 ① 代入 ②, 得

$$3b = 6, b = 2.$$

将  $b = 2$  代入 ①③ 两式, 得

$$a + c = 4$$

$$a(c+1) = 4$$

由 ④⑤ 得

$$\begin{cases} a = 1, \\ c = 3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} a = 4, \\ c = 0. \end{cases}$$

于是, 所求三个数分别为  $a=1, b=2, c=3$  或  $a=4, b=2, c=0$ .

【考点指要】本题是等差数列、等比数列的综合题, 学会用方程思想、函数方法解决数列问题. 数列是代数中的重要内容, 也是成人高考的考查重点, 考试大纲要求达到灵活应用的程度, 此类题是解答题中常见的题型.

25、(本小题满分 13 分)

已知  $F$  是椭圆  $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$  的右焦点, 点  $M$  在抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  上,  $O$  为坐标原点,

且  $\triangle MOF$  为正三角形.

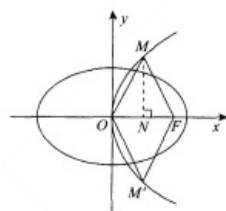
(I) 求  $p$  的值;

(II) 求抛物线的焦点坐标和准线方程.

(I) 由椭圆方程可知, 椭圆的长半轴  $a=5$ , 短半轴  $b=3$ .

则椭圆的半焦距  $c = \sqrt{a^2 - b^2} = 4$ ,

即椭圆的右焦点  $F$  的坐标为  $(4, 0)$ .



如图, 因为  $\triangle MOF$  为正三角形,  $OF = 4$ , 过  $M$  作  $MN \perp OF$  于  $N$  点,

所以  $OM = MF = 4, ON = NF = \frac{1}{2}OF = 2$ .

根据勾股定理有  $MN = \sqrt{MF^2 - NF^2} = 2\sqrt{3}$ .

所以点  $M$  的坐标为  $(2, 2\sqrt{3})$  或  $(2, -2\sqrt{3})$ .

因为点  $M$  在抛物线  $y^2 = 2px (p > 0)$  上,

所以  $(\pm 2\sqrt{3})^2 = 2p \times 2$ , 解得  $p = 3$ .

(II) 由 (I) 知抛物线的标准方程为  $y^2 = 6x$ .

所以抛物线的焦点坐标为  $(\frac{3}{2}, 0)$ , 准线方程为

$$x = -\frac{3}{2}.$$

【考点指要】本题主要考查椭圆、抛物线的概念, 要求考生掌握它们的标准方程和性质, 会用它们解决有关的问题.