

成人高考高升专数学考试模拟题三

一、选择题：本大题共17小题，每小题5分，共85分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、等差数列 $\{a_n\}$ 的公差 $d < 0$ ，且 $a_2 \cdot a_4 = 12$ ， $a_2 + a_4 = 8$ ，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是（ ）

- A、 $a_n = 2n - 2$
- B、 $a_n = 2n + 4$
- C、 $a_n = -2n + 12$
- D、 $a_n = -2n + 10$

答案：D

解析：由公差 $d < 0$ 知选项C、D符合题意，又由 $a_2 + a_4 = 8$ ，可知 $a_3 = 4$ ，代入知应选D。

【考点指要】本题考查等差数列的相关知识。对于公差不为0的等差数列，其通项公式的一般形式为 $a_n = ab + b$ 。本题也可列方程组进行求解。在解等差数列和等比数列的问题时，要注意性质的应用。

2、函数 $y = \cos 3x - \sqrt{3} \sin 3x$ 的最小正周期和最大值分别是（ ）

- A. $\frac{2\pi}{3}, 1$
- B. $\frac{2\pi}{3}, 2$
- C. $2\pi, 2$
- D. $2\pi, 1$

答案：B

解析：利用配项法得

$$\begin{aligned} y &= 2 \left(\frac{1}{2} \cos 3x - \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 3x \right) \\ &= 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} \cos 3x - \sin \frac{\pi}{3} \sin 3x \right) \\ &= 2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{3} \right). \end{aligned}$$

由此知所求的最小正周期 $T = \frac{2\pi}{3}$ ，最大值为 2。

【考点指要】利用配项法将原三角函数式恒等变换为标准型三角函数式，进而求得最小正周期和最大值，是历年成人高考中的常见题。

3、如果椭圆的一焦点与短轴的两个端点连线互相垂直，则这个椭圆的离心率是（ ）

- A. $\frac{1}{2}$
- B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- D. $\frac{1}{4}$

答案：B

解析：椭圆的一个焦点与短轴的两个端点连线互相垂直，这与椭圆的位置没有关系，不妨

设椭圆是焦点在 x 轴上，标准方程为 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

的椭圆。设椭圆右焦点坐标为 $(c, 0)$ ，短轴两端点的坐标为 $(0, b)$ 和 $(0, -b)$ 。因为焦点与两端点的连线互相垂直，则必有两连线的斜率成负倒数，

即 $\frac{b-0}{0-c} = -\frac{0-c}{-b-0}$ ，得 $b = c$ 。所以椭圆的离心率

$$e = \frac{c}{a} = \frac{c}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{c}{\sqrt{2c^2}} = \frac{c}{\sqrt{2}c} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

【考点指要】本题一是考查两直线互相垂直的条件，二是根据椭圆参数长半轴 a ，短半轴 b ，和半焦距 c 之间的关系求离心率，此类题是成人高考的重点题。

4、下列函数中，周期为 $\pi/2$ 的是（ ）

- A. $y = \sin \frac{x}{2}$
- B. $y = \sin 2x$
- C. $y = \cos \frac{x}{4}$
- D. $y = \cos 4x$

答案：D

解析：由 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$ 可知， $y = \sin \frac{x}{2}$ 的周期

为 4π ， $y = \sin 2x$ 的周期为 π ， $y = \cos \frac{x}{4}$ 的周期为

8π ， $y = \cos 4x$ 的周期为 $\frac{\pi}{2}$ 。

【考点指要】求形如 $y = A\sin(\omega x + \varphi)$ (或 $y = A\cos(\omega x + \varphi)$) 的函数的最小正周期用公式 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$, 求形如 $y = \tan \omega x$ 的函数的最小正周期用公式 $T = \frac{\pi}{|\omega|}$.

5、与直线 $l: 3x+2y+1=0$ 相交但不垂直的直线方程是 ()

- A、 $2x-3y+5=0$
- B、 $4x-6y+23=0$
- C、 $3x-2y+1=0$
- D、 $3x+2y+2=0$

答案: C

解析: 两条直线 $y = k_1x + b_1$ 与 $y = k_2x + b_2$ 的位置关系可以依照: $k_1 = k_2$, 且 $b_1 \neq b_2$, 平行;

$k_1 = k_2$, 且 $b_1 = b_2$, 重合; $k_1 \neq k_2$ 则相交, 其中 $k_1 \cdot k_2 = -1$ 时, 两直线垂直. 对于本题可分别求出两条直线的斜率再判断. 所给直线的斜率分别为 $k_l = -\frac{3}{2}$, $k_A = \frac{2}{3}$, $k_B = \frac{2}{3}$, $k_C = \frac{3}{2}$, $k_D = -\frac{3}{2}$. 可见 A, B 项中直线与直线 l 垂直, D 项中直线与直线 l 平行, 只有 C 项中直线与直线 l 相交且不垂直.

【考点指要】本题主要考查两条直线的位置关系及其判断. 平面中两条直线的位置关系只有平行、相交(包括垂直)和重合三种情况. 判断两条直线间的位置关系是成人高考的重点内容.

6、某单位有4名男同志和3名女同志, 现要组成一个有男有女的小组, 规定小组中男同志的数目为偶数, 女同志的数目为奇数, 则共有组织方法种数是 ()

- A、 18种
- B、 28种
- C、 36种
- D、 324种

答案: B

解析: 首先确定这是一个组合问题, 因为组成小组的人员与排列顺序无关. 其次按照题意可知: 虽然组成小组的人数可以不限, 但必须同时有男同志和女同志, 而且男同志人数必须为偶数, 女同志人数必须为奇数. 由此可知: 当男同志为2人时, 女同志可为1人或3人, 当男同志为4人时, 女同志也可1人或3人, 即可列式为 $C_4^2 \cdot C_3^1 + C_4^2 \cdot C_3^3 + C_4^4 \cdot C_3^1 + C_4^4 \cdot C_3^3 = 18 + 6 + 3 + 1 = 28$.

【考点指要】本题考点在于会正确判断给定问题是排列问题还是组合问题, 并且会解排列、组合的简单应用题. 排列、组合的简单应用题是近几年成人高考的必考内容.

7、不等式 $|x| \leq 1$ 且 $x \in \mathbb{Z}$ 的解的个数为 ()

- A、 3个
- B、 2个
- C、 0个
- D、 1个

答案: A

解析: 由 $|x| \leq 1$, 解得 $-1 \leq x \leq 1$. 因为 $x \in \mathbb{Z}$, 所以 x 为 $-1, 0, 1$.

【考点指要】本题主要考查解绝对值不等式的能力. 一般地, $|x| \leq a$, 当 $a > 0$ 时, $-a \leq x \leq a$; 当 $a = 0$ 时, $x = 0$; 当 $a < 0$ 时, x 无解.

8、已知椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{m-1} = 1$ 的离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则实数 m 的值为 ()

- A、 3
- B、 1 /
- C、 3或7
- D、 3或9

答案: D

解析: ①若椭圆焦点在 x 轴上, 则 $4 > m-1 > 0$, $c^2 = 4 - (m-1)$, $a = 2$, 所以

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5-m}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

即 $5-m = 2$, 解得 $m = 3$.

②若椭圆的焦点在 y 轴上,则 $m-1 > 4$, 则 $c^2 =$

$m-1-4 = m-5, a = \sqrt{m-1}$, 所以

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{m-5}}{\sqrt{m-1}} = \frac{\sqrt{2}}{2},$$

可得 $\frac{m-5}{m-1} = \frac{1}{2}$, 解得 $m = 9$.

【考点指要】本题主要考查椭圆标准方程的两种形式和椭圆的离心率, 考查考生的运算能力和解决问题的能力.

9、已知向量 a, b 满足 $|a|=1, |b|=2, |a-b|=2$, 则 $|a+b| =$ ()

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{6}$

答案: D

解析: 因为 $|a+b|^2 = (a+b)^2 = a^2 +$

$$b^2 + 2a \cdot b = 1 + 4 + 2a \cdot b$$

$$= 5 + 2a \cdot b \quad ①$$

$$|a-b|^2 = (a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b$$

$$= 5 - 2a \cdot b \quad ②$$

$$①+②, \text{得 } |a+b|^2 + |a-b|^2 = 10.$$

因为 $|a-b|=2$, 所以 $|a+b|^2 = 10 - 4 = 6$, 则

有 $|a+b| = \sqrt{6}$.

【考点指要】本题主要考查向量的模与向量的数量积等有关知识, 考查考生解决问题的能力.

10、已知向量 $a=(2, -4), b=(1, 2), c=(1, -2), d=(-2, -4)$, 则其中共线的有 ()

- A、 a 与 d 共线, b 与 c 共线
B、 a 与 b 共线, c 与 d 共线
C、 a 与 c 共线, b 与 d 共线
D、 以上答案都不正确

答案: C

解析: 由于向量 $a=(2, -4), c=(1, -2)$, 有 $2 \times (-2) - (-4) \times 1 = 0$, 所以 a 与 c 共线. 又由于向量 $b=(1, 2), d=(-2, -4)$, 有 $1 \times (-4) - 2 \times (-2) = 0$, 所以 b 与 d 也共线. 故选 C.

【考点指要】本题主要考查平面向量的基础知识, 判断向量共线有如下的定理:

(1) 向量 b 与非零向量 a 共线的充要条件是有且只有一个实数 λ , 使得 $b = \lambda a$;

(2) 若向量 a, b 均坐标化, 设 $a = (x_1, y_1), b = (x_2, y_2)$, 则向量 a 与 b 共线的充要条件为 $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$.

本题中的向量均用坐标表示, 则用 $x_1 y_2 - x_2 y_1 = 0$ 来判断向量共线比较方便.

11、下列函数中, 在区间 $(0, 1)$ 内为增函数的是 ()

- A. $y = \cos x + 1$ B. $y = x^2 + 1$
C. $y = \log_{\frac{1}{2}}(x+2)$ D. $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x - 1$

答案: B

解析: 在区间 $(0, 1)$ 内为增函数的是 $y = x^2 + 1$.

【考点指要】本题主要考查函数的单调性.

12、已知 $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{1}{8} \left(\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2} \right)$, 则 $\cos \alpha - \sin \alpha$ 的值为 ()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. $-\frac{3}{4}$

答案: A

解析: 当 $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ 时, 有 $\cos \alpha < \sin \alpha$,

$$\therefore \cos \alpha - \sin \alpha < 0. \because (\cos \alpha - \sin \alpha)^2 = \cos^2 \alpha -$$

$$2 \sin \alpha \cos \alpha + \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin \alpha \cos \alpha = 1 - 2 \times \frac{1}{8} =$$

$$\frac{3}{4}, \therefore \cos \alpha - \sin \alpha = -\sqrt{\frac{3}{4}} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (正值舍去).}$$

【考点指要】本题考查用三角函数的恒等变换进行计算, 此类题是成人高考的重点.

13、如果方程 $\lg 2x + (\lg 2 + \lg) \lg x + \lg 2 \times \lg 3 = 0$ 的两个根分别是 x_1, x_2 , 那么 $x_1 \cdot x_2 =$ ()

- A、 $\lg 2 \times \lg 3$
B、 $\lg 2 + \lg 3$
C、 $1/6$

答案：C

解析：令 $t=\lg x$ ，则有

$$t^2 + (\lg 2 + \lg 3)t + \lg 2 \times \lg 3 = 0 \quad (*)$$

由韦达定理得 $\begin{cases} t_1 + t_2 = -(\lg 2 + \lg 3), \\ t_1 \cdot t_2 = \lg 2 \times \lg 3, \end{cases}$

$$\begin{cases} \lg x_1 + \lg x_2 = -(\lg 2 + \lg 3), \\ \lg x_1 \cdot \lg x_2 = \lg 2 \times \lg 3, \end{cases}$$

$$\text{所以 } \lg x_1 + \lg x_2 = \lg(x_1 \cdot x_2) = -\lg 6,$$

$$\text{即 } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{6}.$$

也可解出方程(*)的两个根分别为 $-\lg 2, -\lg 3$,

$$\text{即 } \lg x_1 = -\lg 2, \lg x_2 = -\lg 3,$$

$$\text{解得 } x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{1}{3},$$

$$\text{所以 } x_1 \cdot x_2 = \frac{1}{6}.$$

【考点指要】本题考查一元二次方程的有关知识及对数的运算法则，注意此方程不是关于 x 的二次方程，是关于 $\lg x$ 的二次方程，因此运用韦达定理时需要写成 $\lg x_1 + \lg x_2$ 与 $\lg x_1 \cdot \lg x_2$ ，最好采用题解中换元的方法。

14、设甲：四边形ABCD是平行四边形；乙：四边形ABCD是正方形，则（ ）

- A、甲是乙的充分条件，但不是乙的必要条件
 B、甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件
 C、甲是乙的充分必要条件
 D、甲既不是乙的充分条件，也不是乙的必要条件

答案：B

解析：因为正方形是平行四边形，即乙 \Rightarrow 甲，所以甲是乙的必要条件。但是，平行四边形不一定是正方形，即甲不一定能推出乙，所以甲不是乙的充分条件。综上所述，甲是乙的必要条件，但不是乙的充分条件。

【考点指要】本题主要考查简易逻辑的知识，是历年成人高考的常见题。

15、从6本不同的文学书和4本不同的科技书中，任意取出3本，则取到3本同类书的概率为（ ）

- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{3}{10}$

答案：A

解析：取到3本同类书的情况有 $C_6^3 + C_4^3 =$

24种，从10本书中任取3本共有 $C_{10}^3 = 120$ 种情况， \therefore 所求概率为 $\frac{24}{120} = \frac{1}{5}$ 。

【考点指要】本题考查排列、组合以及等可能性事件的概率计算问题。

16、不等式 $|3x+1|\leq 2$ 的解集是（ ）

- A. $\{x \mid -1 \leq x \leq \frac{1}{3}\}$ B. $\{x \mid x \leq -1 \text{ 或 } x \geq \frac{1}{3}\}$
 C. $\{x \mid -1 < x < 3\}$ D. $\{x \mid x < -1 \text{ 或 } x > \frac{1}{3}\}$

答案：A

解析：不等式 $|3x+1|\leq 2$ 的解集是不等式

$3x+1 \leq 2$ 与 $3x+1 \geq -2$ 的解集的交集，因此原

不等式可写成 $-2 \leq 3x+1 \leq 2$ ，即 $-3 \leq 3x \leq 1$ ，

$-1 \leq x \leq \frac{1}{3}$ ，再用集合表示 x 的解集

为 $\{x \mid -1 \leq x \leq \frac{1}{3}\}$ 。

【考点指要】本题主要考查绝对值不等式的解法以及会用集合表示不等式的解集，此类题是成人高考常出现的题型。

17、函数 $y=\cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x \cos x$ 的最小正周期和最大值分别是（ ）

- A. 2π 和 $\sqrt{2}$ B. 2π 和 $\sqrt{5}$
 C. π 和 $\sqrt{2}$ D. π 和 $\sqrt{5}$

答案：C

解析: $y = \cos^2 x - \sin^2 x + 2\sin x \cos x$
 $= \cos 2x + \sin 2x$
 $= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x \right)$
 $= \sqrt{2} \left(\sin \frac{\pi}{4} \cos 2x + \cos \frac{\pi}{4} \sin 2x \right)$
 $= \sqrt{2} \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right),$
 则有最小正周期 $T = \frac{2\pi}{2} = \pi$, 最大值为 $\sqrt{2}$.

【考点指要】本题主要考查正弦、余弦的二倍角公式、两角和的正弦公式以及函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的周期和最值等知识.

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分. 把答案填在题中横线上.

18、函数 $y = x^3 - 2x^2 - 9x + 31$ 的驻点为_____.

$\frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$ 【解析】

因为函数 $y = x^3 - 2x^2 - 9x + 31$

31, 所以 $y' = 3x^2 - 4x - 9$, 设 $3x^2 - 4x - 9 = 0$,

根据一元二次方程的求根公式得 $x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$.

【考点指要】本题主要考查多项式函数的导数的一般求法, 考试大纲要求会求此类函数的导数.

19、函数 $f(x) = 2\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x$ 的值域为_____.

$[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ 【解析】

$f(x) = 2\cos\left[\frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right]\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x$

$= 2\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)\cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin 2x$

$= \sin\left(2x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin 2x$

$= -\cos 2x + \sin 2x$

$= -\cos 2x + \sin 2x$

$= \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \sin 2x - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos 2x \right) = \sqrt{2} \sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right),$

所以 $f(x) \in [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$.

【考点指要】本题主要考查三角函数的最大值、最小值及值域的求法, 解题时需要灵活运用诱导公式、二倍角公式以及辅助角公式, 当函数可以化

成 $y = A \sin \omega x + B \cos \omega x$ 时, $y \in [-\sqrt{A^2 + B^2}, \sqrt{A^2 + B^2}]$, 周期 $T = \frac{2\pi}{|\omega|}$. 因为 $y = A \sin \omega x +$

$B \cos \omega x = \sqrt{A^2 + B^2} \left(\frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}} \sin \omega x + \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}} \cos \omega x \right) = \sqrt{A^2 + B^2} \sin(\omega x + \varphi)$, 其

$\tan \varphi = \frac{B}{A}$.

20、为了考察某种小麦的长势, 从中抽取10株苗, 测得苗高如下(单位: cm): 12, 13, 14, 15, 10, 16, 13, 11, 15, 11.

则该品种的小麦苗高的样本方差为_____ cm^2 .

3. 6 【解析】由题中条件可得

$\bar{x} = \frac{1}{10}(12 + 13 + 14 + 15 + 10 + 16 + 13 + 11 +$

$15 + 11) = 13$, 则 $s^2 = \frac{1}{10}[(12 - 13)^2 + (13 - 13)^2$

$+ \dots + (11 - 13)^2] = 3.6$.

【考点指要】本题主要考查样本的平均值和方差的计算, 考生只需熟记样本平均数和方差的公式即可.

21、在一次初三学生体检中, 从某个班抽取了6名同学的身高, 他们依次为162, 157, 180, 168,

164, 165(单位: cm), 则该样本的平均数为 $\bar{x} =$ _____ (cm).

166 【解析】

$\bar{x} = \frac{1}{6} \times (162 + 157 + 180 + 168 + 164 + 165) = 166$.

【考点指要】本题主要考查样本平均数的概念及计算方法.

三、解答题: 本大题共4小题. 共49分. 解答应写出推理、演算步骤.

22、在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1, S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n, a_n = 2S_{n-1} (n \in \mathbf{N}^*, \text{且 } n \geq 2)$.

(I) 求证: 数列 $\{S_n\}$ 是等比数列;

(II) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式.

(I) 因为 $a_n = 2S_{n-1} (n \in \mathbf{N}^*, \text{且 } n \geq 2)$,

所以 $S_n - S_{n-1} = 2S_{n-1}$, 即 $\frac{S_n}{S_{n-1}} = 3$.

所以数列 $\{S_n\}$ 是以 $S_1 = a_1 = 1$ 为首项, 以 3 为公比的等比数列.

(II) 由 (I) 知 $S_n = 3^{n-1}$.

当 $n \geq 2$ 时, $a_n = 2S_{n-1} = 2 \times 3^{n-2}$.

因为 $a_1 = 1$ 不适合上式,

所以数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为

$a_n = \begin{cases} 1 & (n = 1), \\ 2 \times 3^{n-2} & (n \geq 2). \end{cases}$

【考点指要】本题考查学生对数列知识的掌握情

况. 在数列中, 通项 a_n 及前 n 项和 S_n 有以下关系:

$$a_n = \begin{cases} S_1 & (n=1), \\ S_n - S_{n-1} & (n \geq 2). \end{cases}$$

23、在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $B = \frac{\pi}{3}$, $AC = 4$, 面积 $S = \sqrt{3}$, 求 AB, BC 的长.

设 $AB=n$, $BC=y$, 所以

$$S = \frac{1}{2}xy \sin \frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{4}xy.$$

将已知条件 $S = \sqrt{3}$ 代入上式, 化简得

$$xy = 4 \quad ①$$

已知 $B = \frac{\pi}{3}$ 及 $AC = 4$, 由余弦定理得

$$\cos \frac{\pi}{3} = \frac{x^2 + y^2 - 4^2}{2xy},$$

将 ① 代入上式, 化简得

$$x^2 + y^2 = 20 \quad ②$$

② + 2 × ①, 整理得 $(x+y)^2 = 28$. 由 $x > 0, y > 0$ 得

$$x + y = 2\sqrt{7} \quad ③$$

② - 2 × ①, 整理得 $(x-y)^2 = 12$. 这里需考虑 $x > y$ 或 $x < y$ 两种情况.

(i) 当 $x > y$ 时

$$x - y = 2\sqrt{3} \quad ④$$

由方程组 ③④ 得

$$x = \sqrt{7} + \sqrt{3}, y = \sqrt{7} - \sqrt{3}.$$

(ii) 当 $x < y$ 时

$$y - x = 2\sqrt{3} \quad ⑤$$

由方程组 ③⑤ 得

$$x = \sqrt{7} - \sqrt{3}, y = \sqrt{7} + \sqrt{3}.$$

即 $AB = \sqrt{7} + \sqrt{3}, BC = \sqrt{7} - \sqrt{3}$ 或 $AB = \sqrt{7} - \sqrt{3},$

$BC = \sqrt{3} + \sqrt{7}.$

【考点指要】本题要求用三角形余弦定理和面积公式解三角形, 但必须注意多解情况, 难度属中等偏上.

双曲线 C 经过点 $P(-3, 2\sqrt{3})$, 并且与双曲线 $C': 16x^2 - 9y^2 = 144$ 有共同的渐近线. 求双

24、曲线 C 的方程.

将双曲线 C 的方程化为标准方程

是 $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$, 它的渐近线方程为 $y = \pm \frac{4}{3}x$.

把点 $P(-3, 2\sqrt{3})$ 的横坐标 $x = -3$ 代入渐近线方程 $y = -\frac{4}{3}x$, 得 $y = 4 > 2\sqrt{3}$, 可知点 P 在第二

象限内渐近线 $y = -\frac{4}{3}x$ 的下方, 所以双曲线 C 的焦点在 x 轴上. 于是可设双曲线 C 的方程为

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

因为两条双曲线的渐近线相同, 所以

$$\frac{b}{a} = \frac{4}{3} \quad ①$$

又因为点 $(-3, 2\sqrt{3})$ 在双曲线上, 所以

$$\frac{(-3)^2}{a^2} - \frac{(2\sqrt{3})^2}{b^2} = 1 \quad ②$$

解由 ①② 组成的方程组, 得 $a^2 = \frac{9}{4}, b^2 = 4$.

所以双曲线 C 的方程为 $\frac{x^2}{\frac{9}{4}} - \frac{y^2}{4} = 1$.

【考点指要】本题主要考查双曲线方程、双曲线的渐近线与双曲线的位置关系, 考试大纲对圆锥曲线这部分知识要求较高, 常在综合性较强的考题中出现.

25、已知二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 的图象 C 与 x 轴有两个交点, 它们之间的距离为 6, C 的对称轴方程为 $x = 2$, 且 $f(x)$ 有最小值 -9, 求:

(I) a, b, c 的值;

(II) 如果 $f(x)$ 不大于 7, 求对应 x 的取值范围.

(I) 由已知, 抛物线的顶点坐标为 $(2, -9)$, 则可设所求函数的解析式为 $f(x) = a(x-2)^2 - 9$, 由对称性知, 抛物线过点 $(5, 0)$, 将 $2=5, y=0$ 代入所设解析式, 得 $9a-9=0$, 解得 $a=1$.

因为 $f(x) = (x-2)^2 - 9$, 即 $f(x) = x^2 - 4x - 5$,

所以 $a=1, b=-4, c=-5$.

(II) 由已知 $f(x) \leq 7$, 即 $x^2 - 4x - 5 \leq 7$, $x^2 - 4x - 12 \leq 0$, 解得 $-2 \leq x \leq 6$.

【考点指要】本题主要考查二次函数的图象、根的对称性、一元二次不等式的解法等综合知识. 这类题型综合性较强, 方法比较灵活, 涉及的主要概念都很重要, 考试大纲要求达到灵活应用的水平. 这种题型在历年成人高考中是不可缺少的.