

成人高考高升专数学考试模拟题一

一、选择题：本大题共17小题，每小题5分，共85分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、设 $a=\log_{0.5}6$, $b=\log_2 4.3$, $C=\log_2 5.6$, 则 a, b, c 的大小关系是 ()

- A、 $b < c < a$
- B、 $a < c < b$
- C、 $a < b < c$
- D、 $c < b < a$

答案: C

解析: 由 $y=\log_2 x$ 为 $(0, +\infty)$ 上的增函

数, 可知 $\log_2 5.6 > \log_2 4.3 > \log_2 1 = 0$, 而 $y = \log_{0.5} x$ 为 $(0, +\infty)$ 上的减函数, 可知 $\log_{0.5} 6 < \log_{0.5} 1 = 0$, 所以 $\log_2 5.6 > \log_2 4.3 > \log_{0.5} 6$.

【考点指要】本题考查对数函数的单调性.

2、已知 $a=(3, x)$, $b=(7, 12)$, 并且 $a \perp b$, 则 $x=()$

- A. $-\frac{7}{4}$
- B. $\frac{7}{4}$
- C. $-\frac{7}{3}$
- D. $\frac{7}{3}$

答案: A

解析: 因为 $a \perp b \Rightarrow a \cdot b = 0$, 所以 $(3, x) \cdot$

$(7, 12) = 0$, 即 $21 + 12x = 0$, 解此方程得 $x = -\frac{7}{4}$.

【考点指要】本题考查平面向量的性质和向量坐标的基本运算, 是历年成人高考中的常见题.

3、在 $(0, 2)$ 内是单调递增函数的是 ()

- A、 $y=2/x$
- B、 $y=2-x$
- C、 $y=x^2-4x+5$
- D、 $y=1+x^2$

答案: D

解析: A项, $y = \frac{2}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减, 不合题意. B项, $y = 2 - x$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上为单调递减函数, 不合题意. C项, $y = x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1$, 它在 $(-\infty, 2]$ 上单调递减, 在 $[2, +\infty)$ 上单调递增, 不合题意. D项, $y = 1 + x^2$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 在 $[0, +\infty)$ 上单调递增, 因而在 $(0, 2)$ 内也是单调递增.

【考点指要】本题考查反比例函数、一次函数及二次函数单调性的判断. 结合函数的图象进行分析较简单.

4、过点 $A(1, \sqrt{3})$ 与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切的直线方程是 ()

- A. $x + \sqrt{3}y = 1$
- B. $y - \sqrt{3} = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}(x - 1)$
- C. $y - \sqrt{3} = \pm \sqrt{3}(x - 1)$
- D. 以上都不是

答案: D

解析: 当斜率存在时, 设过点 $A(1, \sqrt{3})$ 的

直线方程为 $y - \sqrt{3} = k(x - 1)$, 得 $kx - y + \sqrt{3} - k = 0$. 因为直线与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 相切, 所以圆心到直线的距离等于半径, 由点到直线的距离公式得 $k = \frac{\sqrt{3}}{3}$, 因此切线的方程为 $\sqrt{3}x - 3y + 2\sqrt{3} = 0$. 由于点 $A(1, \sqrt{3})$ 位于圆 $x^2 + y^2 = 1$ 外, 则还存在另一条切线过点 $A(1, \sqrt{3})$, 即切线方程为 $x = 1$.

【考点指要】本题主要考查的内容是利用点到直线的距离公式求直线的斜率, 从而写出所求的直线方程, 这是考试大纲要求掌握的概念. 从近几年的试题分析可知, 这类题的深度在今后成人高考中有可能加大, 希望考生予以足够的重视.

5、命题P: $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 0$, 命题q: $(z+3)(y-4) = 0$, $x, y \in \mathbb{R}$, 则P是q成立的 ()

- A、充分而非必要条件
- B、必要而非充分条件
- C、充要条件
- D、既非充分也非必要条件

答案: A

解析: 由题可知, 命题P: $x = -3$ 且 $y = 4$,

命题q: $x = -3$ 或 $y = 4$, 则 $p \Rightarrow q$, 但 $q \not\Rightarrow p$, 所以p是q的充分而非必要条件.

【考点指要】本题考查两个命题关系的判定. 解决这类问题的关键是要抓住充分条件和必要条件的定义.

6、一批产品的次品率为p($0 < p < 1$), 则发现一件次品至少要检查2件产品的概率是 ()

- A、P
- B、 $1 - P$
- C、 $p(1 - p)$
- D、 $2p(1 - p)$

答案: B

解析: 若所求事件包含的基本事件的个数较多, 不方便求其概率, 则可以通过求其对立事件的概率进行求解. 因为已知所求事件的对立事件的概率为p, 所以 $P = 1 - p$.

【考点指要】本题考查的条件性较强, 对立事件的含意明显, 解题时需审题仔细, 找出关系方可求出对立事件的概率.

7、抛物线 $y^2 = -4x$ 上一点P到焦点的距离为4, 则它的横坐标是 ()

- A、-4
- B、-3
- C、-2
- D、-1

答案: B

解析: 本题可以设点P的坐标为(x0, y0), 利用已知条件列出方程, 通过解方程组可以得到答案. 还可以直接利用抛物线的定义来找到答案, 即抛物线上的点到焦点的距离等于它到准线的距离, 由于抛物线在y轴的左边, 而准线为 $x = 1$, 所以点P的横坐标为 $1 - 4 = -3$.

【考点指要】本题主要考查抛物线的性质, 是历年成人高考的常见题.

8、已知向量 $a = (1, y)$, $b = (x, 4)$, 若 $a \parallel b$, 则xy的值为 ()

- A、-4
- B、4
- C、 $1/4$
- D、 $-1/4$

答案: B

解析: 由题意知, $\frac{1}{x} = \frac{y}{4}$, $xy = 4$.

【考点指要】本题考查的主要内容是两个向量平行的充分必要条件, 已知向量 $a = (x_1, y_1)$, $b = (x_2, y_2)$, 若 $a \parallel b \Leftrightarrow x_1 : y_1 = x_2 : y_2$, 这个知识点在考试大纲中要求掌握, 在近几年的成人高考中经常出现.

9、设 $\log_5 7 = a$, $\log_2 5 = 6$, 则 $\log_2 7 =$ ()

- A、 $ab - 1$

- B、 $a+b$
C、 $2ab$
D、 ab

答案：D

解析：由已知，有 $2^b = 5, 5^a = 7$ ，所以

$(2^b)^a = 7$ ，即 $2^{ab} = 7$ ，所以 $\log_2 7 = \log_2 2^{ab} = ab$ 。

【考点指要】本题主要考查对数和指数相互转化的运用，是成人高考的常见题。

10、如果 $a=b<0$ ， $C>0$ ，则 $ax+by+c=0$ 的图象不通过（ ）

- A、第一象限
B、第二象限
C、第三象限
D、第四象限

答案：C

解析：由直线的一般方程可以化为斜截式方程，从而求得直线的斜率和截距，进而画出该

直线的图象。本题中，先将一般式 $ax+by+c=0$ 化为斜截式 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ 。已知 $a=b$ ，所以直线的斜率 $-\frac{a}{b}=-1$ 。又已知 $b<0, c>0$ ，所以直线的截距 $-\frac{c}{b}>0$ 。因此该直线的图象经过一、二、四象限，而不经过第三象限。

【考点指要】本题考查重点是会把直线的一般方程化为斜截式方程，并根据直线的斜率和截距画出直线的图象，属直线部分的基本概念题，是历年成人高考的重点考题和常见考题。

11、与圆 $x^2+y^2=4$ 关于点 $M(3, 2)$ 成中心对称的曲线方程是（ ）

- A. $(x-3)^2+(y-2)^2=4$
B. $(x+3)^2+(y+2)^2=4$
C. $(x-6)^2+(y-4)^2=4$
D. $(x+6)^2+(y+4)^2=4$

答案：C

解析：与圆关于点 M 成中心对称的曲线还是圆。只要求出圆心和半径，即可求出圆的方程。圆 $x^2+y^2=4$ 的圆心 $(0, 0)$ 关于点 $M(3, 2)$ 成中心对称的点为 $(6, 4)$ ，所以所求圆的圆心为 $(6, 4)$ ，半径与对称圆的半径相等，所以所求圆的方程为 $(x-6)^2+(y-4)^2=4$ 。

【考点指要】本题主要考查中心对称图形的定义、中点坐标公式的灵活运用、圆的标准方程的求法，这些主要概念在考试大纲中要求掌握，同时也是近几年经常考到的知识点。

12、三个数 0.2^7 ， $7^{0.2}$ ， $\log_7 0.2$ 的大小顺序是（ ）

- A. $0.2^7 > 7^{0.2} > \log_7 0.2$
B. $0.2^7 > \log_7 0.2 > 7^{0.2}$
C. $7^{0.2} > 0.2^7 > \log_7 0.2$
D. $7^{0.2} > \log_7 0.2 > 0.2^7$

答案：C

解析：由指数函数的单调性得 $0<0.2^7<1$ ， $7^{0.2}>1$ ，由对数函数的单调性得 $\log_7 0.2<0$ ，从而可得到 $7^{0.2}>0.2^7>\log_7 0.2$ 。利用函数图象比较好理解。

【考点指要】本题主要考查指数函数、对数函数的性质，利用其性质比较大小，这是考试大纲要求掌握的，在近几年的成人高考试题中出现频率较高。

13、 $y=(2x^2+3)(3x-2)$ 的导数是（ ）

- A、 $18x^2-8x+9$
B、 $6x^2+9$
C、 $12x^2-8x$
D、 $12x$

答案：A

解析： $y=(2x^2+3)(3x-2)=6x^3-4x^2+9x-6$ ， $y'=18x^2-8x+9$ 。

【考点指要】会用两个函数和、差的求导法则求多项式函数的导数，是近几年成人高考的常见题。

14、不等式 $|\leq 2x-1|<2$ 的解是（ ）

- A. $(-\frac{1}{2}, 0] \cup [1, \frac{3}{2})$ B. $(-\frac{1}{2}, 0)$
 C. $(-\frac{1}{2}, 0) \cup [1, \frac{3}{2}]$ D. $[1, \frac{3}{2})$

答案: A

解析: 原不等式等价于不等式组

$$\begin{cases} |2x-1| < 2, \\ |2x-1| \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < 2x-1 < 2, \\ 2x-1 \leq -1 \text{ 或 } 2x-1 \geq 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < x < \frac{3}{2}, \\ x \leq 0 \text{ 或 } x \geq 1, \end{cases}$$

$$\text{即 } -\frac{1}{2} < x \leq 0 \text{ 或 } 1 \leq x < \frac{3}{2}.$$

【考点指要】本题主要考查绝对值不等式的解法及考生的运算能力.

15、通过点(-3, 1)且与直线3x-y-3=0垂直的直线方程是 ()

- A、x+3y=0
 B、3x+y=0
 C、x-3y+6=0
 D、3x-y-6=0

答案: A

解析: 直线3x-y-3=0的斜率k=3, 因为所求直线与已知直线垂直, 所以所求直线的

斜率 $k_1 = -\frac{1}{3}$. 又所求直线过点(-3, 1), 所以所求直线的方程为 $y-1 = -\frac{1}{3}(x+3)$, 即是 $x+3y=0$.

【考点指要】本题主要考查的内容是 $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1 \cdot k_2 = -1$ 和点斜式方程的应用, 做题时不能与 $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1 = k_2$ 相混淆.

16、已知M为椭圆 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 上的一点, F_1, F_2 是椭圆的两个焦点, 且 $\angle F_1MF_2 = 60^\circ$, 则 $\triangle F_1MF_2$ 的面积为 ()

- A. $3\sqrt{3}$ B. 3 C. $\sqrt{3}-1$ D. $6\sqrt{3}$

答案: A

解析: 由椭圆方程 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ 知, 长轴长 $2a = 10$, 焦距 $2c = 8$. 设 $|MF_1| = t$, 由余弦定理得 $8^2 = t^2 + (10-t)^2 - 2t(10-t)\cos 60^\circ$, 得 $t = 5 + \sqrt{13}$ 或 $t = 5 - \sqrt{13}$. $S_{\triangle F_1MF_2} = \frac{1}{2}(5 + \sqrt{13})(5 - \sqrt{13})\sin 60^\circ = 3\sqrt{3}$.

【考点指要】本题主要考查椭圆的定义、几何性质和余弦定理的应用, 这是考试大纲要求掌握的主要概念, 也是近几年成人高考试题中经常出现的题型.

17、函数 $f(x)=ax$ 在R上是减函数, 则 ()

- A、a>1
 B、0<a<1
 C、|a|>1
 D、0<|a|<1

答案: B

解析: 由指数函数的性质知, 当 $0 < a < 1$ 时, $y=ax$ 是减函数.

【考点指要】本题考查指数函数的单调性. 函数单调性的判断在近几年的成人高考试题中出现的频率较高, 希望考生予以足够的重视.

二、填空题: 本大题共4小题, 每小题4分, 共16分. 把答案填在题中横线上.

18、直线 $y = \sqrt{3}x + 2$ 的倾斜角的度数为_____.

60°【解析】

由题意知直线的斜率为 $\sqrt{3}$. 设直线的倾斜角为 α , 则 $\tan \alpha = \sqrt{3}$. 又 $0^\circ \leq \alpha < 180^\circ$, 故 $\alpha = 60^\circ$.

【考点指要】本题考查的是对“直线的倾斜角和斜率的概念”的掌握情况.

19、点P(7, -5)到直线 $5x+12y+3=0$ 的距离是_____.

【解析】求点到直线的距离可用公式 $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$ ，现求点 $(7, -5)$ 到直线 $5x + 12y + 3 = 0$ 的距离，

$$d = \frac{|7 \times 5 + (-5) \times 12 + 3|}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

$$= \frac{|35 - 60 + 3|}{13} = \frac{22}{13}$$

【考点指要】求已知点到已知直线的距离，是成人高考的常考题。

20、在对某种零件的直径检测时，抽取了10个样品，测得结果如下：

0. 80, 0. 79, 0. 81, 0. 81, 0. 80, 0. 80, 0. 78, 0. 82, 0. 80, 0. 81(单位：mm). 这次检测样本的平均数为 _____ mm, 样本方差为 _____ mm².

0.801, 0.000129

【解析】

样本平均数 $\bar{x} =$

$$\frac{1}{10}(0.80 + 0.79 + \dots + 0.81) = 0.801.$$

样本方差

$$s^2 = \frac{1}{10}[(\bar{x} - x_1)^2 + (\bar{x} - x_2)^2 + \dots + (\bar{x} - x_{10})^2]$$

$$= \frac{1}{10}[(0.801 - 0.80)^2 + (0.801 - 0.79)^2 + \dots + (0.801 - 0.81)^2]$$

$$= 0.000129.$$

【考点指要】本题主要考查对样本平均数、样本方差的概念的理解及对其公式的应用。

21、函数 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ 在区间 $[-3, 3]$ 上的最大值为 _____.

4【解析】求多项式函数在闭区间上的最大值或最小值，可用求导数的方法，其步骤是：首先对多项式函数求导，即求 $f'(x)$ ，其次求方程 $f'(x) = 0$ 的根，即求驻点，第三步求驻点处和闭区间两端点处的函数值，然后进行比较，确定最大值或最小值，对于本题 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ， $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$ ，令 $f'(x) = 0$ 得 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 3$ ，分别将 $x = -3$ ， $x = 1$ ， $x = 3$ 代入原函数，求出 $f(1) = 4$ ， $f(-3) = -108$ ， $f(3) = 0$ ，故所给函数的最大值为 4.

【考点指要】本题主要考查会用导数求多项式函数的最大值和最小值，是近几年成人高考的重点考查内容。

三、解答题：本大题共 4 小题，共 49 分，解答应写出推理、演算步骤。

22、求证：双曲线的一个焦点到一条渐近线的距离等于虚半轴的长。

设双曲线的方程为

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0),$$

则它的焦点坐标为 $F_1(-c, 0)$ ， $F_2(c, 0)$ ，其中 $c^2 = a^2 + b^2$ ，渐近线方程为

$$y = \pm \frac{b}{a}x.$$

另设焦点 $F_2(c, 0)$ 到渐近线 $y = \frac{b}{a}x$ 的距离为 d ，

$$\text{则 } d = \frac{|\frac{bc}{a}|}{\sqrt{\frac{b^2}{a^2} + (-1)^2}} = \frac{bc}{\sqrt{b^2 + a^2}} = \frac{bc}{c} = b.$$

即从双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的一个焦点 $F_2(c, 0)$ 到

一条渐近线 $y = \frac{b}{a}x$ 的距离等于虚半轴的长 b ，由

上述推导过程可知，点 F_2 到渐近线 $y = -\frac{b}{a}x$ ，以

及点 $F_1(-c, 0)$ 到渐近线 $y = \pm \frac{b}{a}x$ 的距离都等

于 b 。

由于证明中只涉及 a ， b ， c ，而与双曲线的位置无关，所以这个结论对于任意双曲线都成立。

【考点指要】本题考查的是圆锥曲线与直线位置关系的推理能力，主要是用代数方法表示几何中的问题，考生必须对曲线方程、几何性质及元素之间的关系有深刻的理解，方可解决此类综合题，这种综合性的圆锥曲线试题出现的概率比较高，要引起重视。

23、设函数 $f(x) = -x(x-a)^2$ ， $a \in \mathbb{R}$ 。

(I) 当 $a = 1$ 时，求曲线 $f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线方程；

(II) 当 $a = -1$ 时，求 $f(x)$ 的极大值和极小值。

(I) 当 $a = 1$ 时，

$$f(x) = -x(x-1)^2 = -x^3 + 2x^2 - x,$$

$$\text{则 } f(2) = -2^3 + 2 \times 2^2 - 2 = -2,$$

即切点为 $(2, -2)$. 又 $f'(x) = -3x^2 + 4x - 1$,
 所以 $f'(2) = -3 \times 2^2 + 4 \times 2 - 1$
 $= -5$.
 所以所求切线方程为 $y + 2 = -5(x - 2)$,
 即 $5x + y - 8 = 0$.
 (II) 当 $a = -1$ 时,
 $f(x) = -x(x+1)^2 = -x^3 - 2x^2 - x$,
 则 $f'(x) = -3x^2 - 4x - 1$
 $= -(3x+1)(x+1)$.
 当 $f'(x) > 0$ 时, 解得 $-1 < x < -\frac{1}{3}$;
 当 $f'(x) < 0$ 时, 解得 $x < -1$ 或 $x > -\frac{1}{3}$.
 所以 $x < -1$ 时 $f(x)$ 单调递减, $-1 < x < -\frac{1}{3}$
 时 $f(x)$ 单调递增, $x > -\frac{1}{3}$ 时 $f(x)$ 单调递减, 则
 知 $x = -1$ 时 $f(x)$ 取得极小值,
 即 $f(-1) = -(-1)^3 - 2 \times (-1)^2 - (-1) = 0$.
 $x = -\frac{1}{3}$ 时 $f(x)$ 取得极大值,
 即 $f(-\frac{1}{3}) = -(-\frac{1}{3})^3 - 2 \times (-\frac{1}{3})^2 -$
 $(-\frac{1}{3}) = \frac{4}{27}$.

【考点指要】本题主要考查函数的导数、曲线在某点处的切线方程、函数的单调区间和极值等知识及其应用, 考查考生分析问题、解决问题的能力.

24、设 $f(x) = x^3 - 3 + ax - 2 - 3x + b - 1$ 是奇函数, 且 $x=1$ 是它的一个极值点.

(I) 求 $f(x)$ 的解析式;

(II) 求 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最大值和最小值.

(I) 因为 $f(x)$ 是奇函数, 且定义域为 \mathbf{R} , 所以 $f(0) = 0$, 即 $b - 1 = 0$,
 解得 $b = 1$.
 又 $x = 1$ 是 $f(x)$ 的一个极值点且 $f'(x) = 3x^2 + 2ax - 3$,
 所以 $f'(1) = 3 + 2a - 3 = 0$,
 解得 $a = 0$,
 故 $f(x) = x^3 - 3x$.
 (II) $f'(x) = 3x^2 - 3 = 3(x+1)(x-1)$.
 令 $f'(x) = 0$, 解得 $x_1 = -1, x_2 = 1$, 且 $x \in (-1, 1)$ 时 $f'(x) < 0$, $x \in (-\infty, -1)$ 和 $x \in (1, +\infty)$ 时 $f'(x) > 0$, 则有
 $x = -1$ 时, $f(-1) = (-1)^3 - 3 \times (-1) = 2$ 为极大值;
 $x = 1$ 时, $f(1) = 1^3 - 3 \times 1 = -2$ 为极小值.
 又 $x = 2$ 时, $f(2) = 2^3 - 3 \times 2 = 2$, 故 $f(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最大值为 2, 最小值为 -2.

【考点指要】本题主要考查函数导数的概念及其几何意义, 函数的极大值、极小值及在闭区间上的最大值和最小值的概念及求法.

25、设函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx$ 在 $x = -3$ 和 $x = 1$ 时取得极值.

(I) 求 a, b 的值;

(II) 说明 $x = -3$ 和 $x = 1$ 时函数取得极大值还是极小值, 并求出函数的极大值和极小值.

(I) 因为函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx$,
 所以 $f'(x) = x^2 + ax + b$.
 由已知, $x = -3$ 和 $x = 1$ 是 $x^2 + ax + b = 0$ 的两根, 由一元二次方程的韦达定理可知 $-3 + 1 = -a$, $-3 \times 1 = b$, 所以 $a = 2, b = -3$.
 (II) 由 (I) 可知 $f'(x) = x^2 + 2x - 3$.
 令 $f'(x) > 0$, 得 $x < -3$ 或 $x > 1$; 令 $f'(x) < 0$, 得 $-3 < x < 1$. 所以 $x < -3$ 时, $f(x)$ 单调递增; $-3 < x < 1$ 时, $f(x)$ 单调递减; $x > 1$ 时, $f(x)$ 单调递增. 则知 $x = -3$ 时, $f(x)$ 取得极大值; $x = 1$ 时, $f(x)$ 取得极小值.
 由 (I) 知 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x$, 则
 $f(-3) = \frac{1}{3} \times (-3)^3 + (-3)^2 - 3 \times (-3) = 9$,
 $f(1) = \frac{1}{3} \times 1^3 + 1^2 - 3 \times 1 = -\frac{5}{3}$.
 所以函数在 $x = -3$ 时取得极大值 9, 在 $x = 1$ 时取得极小值 $-\frac{5}{3}$.

【考点指要】本题主要考查函数的导数、函数的极值问题以及二次函数的韦达定理等知识及其应用, 考查考生分析问题和解决问题的能力.