

# 浅谈选修课的开发

## ——巧解九连环

范铭飞

浙江天台县育青中学 317200



**摘要:**如何有效开发或开设选修课,拓展学生的知识面,发展学生的特长,培养学生的个性,是广大教师需要探索和思考的课题,本文对此进行了讨论.

**关键词:**选修课;知识拓展;数学教学;九连环;递推数列

2012年秋季,全省普通高中全面启动深化普通高中课程改革,加强选修课程建设,开发、开设各类选修课程.新一轮高中课程改革将选修课列入《课程方案》,切实加以实施,揭开了高中选修课新的一页.如何有效开发或开设选修课,拓展学生的知识面,发展学生的特长,培养学生的个性,便成了广大教师需要探索和思考的课题.笔者参与了数学选修课的开发和开设过程,在此期间也有一些感悟与想法,所以把它写出来与各位同行交流.

### 教师在选修课开设中存在的困惑

选修课程建设是近几年刚开始的普通高中课程改革的内容,许多一线教师特别是长年从事高三数学教学的教师对新课程理念理解模糊,对模块化的选修课程功能、特点等了解不够,对此比较陌生,也有许多疑惑:(1)如何开发,如何选编教材或改编教材;(2)觉得加重了自己的教学负担,既要备必修课教案,又要备选修课的教案.很多教师在学校没有明确规定的情况下,往往不愿意开发选修课;(3)随着选修课的课时增加,必定会减少必修课的学习时间,

这样会影响对必修内容的掌握吗?会影响高考成绩吗?

### 一节课课堂实录

为了方便交流,下面提供了一节数学选修课《九连环与递推数列》的几个教学片段,供同行在实践中参考.

“九连环”是人教版数学A版《必修5》数列结束后阅读与思考的内容.教材中所涉及的内容仅限于九连环的构造、解法规则以及递推关系的推导.在平时的教学中,教师几乎没有组织对“九连环”进行探究.追究其原因,其一学生自己阅读,基本上看不懂,上课需要花大量的时间;其二大部分学生也没必要掌握这块内容;其三在课堂教学中存在困难,九连环操作比较困难,而且教学道具也缺乏(至少每桌要有一个九连环).但在选修课的开发过程中,“九连环”可以作为我们的一个首选内容.

课前准备:布置学生自己准备好九连环(如图一),然后表格每人一张.

要求:学生在课余时间先练习解九

连环,完成表格内容.

九连环的操作没有一定的耐心和意志力是很难完成的.通过让学生课前准备,有部分反应敏捷、条理清晰的学生已经会解.在课堂上先给这部分学生展示才能的机会,当一回小老师,教其他学生解九连环;然后让学生开始两人合作游戏,动手解环.同桌之间相互合作、讨论验证完成发下来的表格.

接下来教师提出九个圆环都解下来所需的最少移动次数.

学生1:可以找规律啊.这里移动的次数可否组成一个有规律的数列呢?

教师:事实胜于雄辩!学生2的质疑很有道理.我们能不能根据移动次数构造一个数列呢?

经过讨论,学生们达成共识:构造

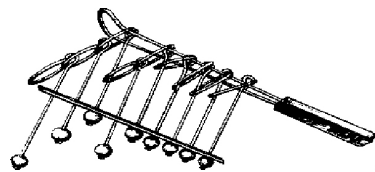


图1

	解下1环	解下2环	解下3环	解下4环	解下5环
次数					
式子表达					

一个数列  $\{a_n\}$ , 用  $a_n$  表示解下  $n$  个圆环所需的最少移动次数. 显然,  $a_1=1, a_2=2, a_3=5, a_4=10, a_5=21$ .

教师: 实践出真理. 大家动手再继续解环, 找一找解第5个环的前一步骤是什么?

猜想一个递推关系:  $a_n=a_{n-1}+2a_{n-2}+1$ , 所以  $a_5=34$ .

学生2: 为了解下第5个圆环, 必须先解下前3个圆环, 如果前4个圆环已经被解下, 第5个圆环就无法再解下; 如果前3个圆环已经被解下, 第5个圆环就可以很容易解下. 相反地, 要套上第5个圆环, 必须先套上前3个圆环. 套上一个圆环与解下一个圆环的过程正好相反, 所需次数相同. 可以把这个结论推广到  $n$  个环.

教师: 刚才我们在实践中感知九连环在解环过程中存在的递推关系, 从而得出解九连环最少需要移动341次. 让我们来大胆的猜想, 假如我这里有一个99连环, 解下这99个圆环最少需要移动多少次呢?

学生3: 在数列中学过当遇到  $n$  较大时求项的话, 要用通项公式.

学生4: 若我们再用  $b_n$  表示前  $n-1$  个圆环都已经解下后, 在解下第  $n$  个圆环所需的次数, 则可得  $a_n=a_{n-2}+1+b_{n-1}$ .

学生5: 若要解下第5个圆环, 必须先将第4个圆环套回框架, 这个过程需  $b_4$  次, 这时再移动一次, 就可以解下第5个圆环, 然后再将第4个圆环解下, 又需  $b_4$  次. 所以推广到  $n$  个圆环, 可得  $b_n=2b_{n-1}+1$ .

教师: 如何由  $b_n=2b_{n-1}+1$ , 求  $b_n$  呢?

经过思考演算, 学生各显千秋, 纷纷给出了解法, 可以用迭代法、待定系数法等方法求数列  $\{b_n\}$  的通项公式, 然后可以确定通项公式  $a_n=a_{n-2}+2^{n-1}$ .

教师: 由上述式子我们可以利用迭代法求通项公式, 但是注意需要对  $n$  分奇偶讨论.

由于  $a_1=1, a_2=2$ , 所以当  $n$  为偶数时, 可以得到  $a_n=\frac{1}{3}(2^{n+1}-2)$ ;

同理, 当  $n$  为奇数时,  $a_n=\frac{1}{3}(2^{n+1}-1)$ .

## 教学感悟

### 1. 九连环是递推数列的拓展与延伸

九连环为递推数列提供了非常好的背景, 在必修5课本中只是简单地通过谢宾斯基三角形具体的一个例子得到数列的递推公式. 其次求递推数列通项公式是数列知识的一个难点, 通过这节课的学习, 加深了“九连环”与递推数列的联系, 为递推数列提供了生动活泼的数学模型, 同时使学生对数列递推公式有了进一步的掌握和提高. 以前学生做数列题往往是为了做题而解题, 通过这节课的学习, 增强了学生求解递推数列通项公式的积极性, 提高了学习数学的兴趣. 通过这节课的学习, 使学生感受到递推数列来源于游戏, 来源于现实世界, 加强了数学与生活的联系, 使学生体会到数学就在我们身边, 从而感受数学的趣味和作用, 体验到数学的魅力.

### 2. 有助于树立正确的数学态度

在数学游戏的过程中, 也会不可避免地碰到一些困难, 遇到“山重水复疑无路, 柳暗花明又一村”的情况, 但是这能有效地锻炼学生的意志品质, 培养学生勇于面对数学活动中的困难, 培养他们正确的数学态度, 使之有学好数学的自信心. 在解九连环的过程中, 学生需要对自己的设想进行判断, 需要独立思考、自主探索, 由于每个学生的思维不同, 产生的结果将会是多种多样的. 在游戏中, 学生的主动性和创造性得到了锻炼和培养, 且自主探索、合作交流能力和实践能力也得到了培养和提高.

通过这节课的学习, 有助于渗透数学思想, 发展综合运用已学的知识和技能, 解决实际问题的方法和学生的逻辑推理能力, 转化思想、分类讨论思想、数学归纳思想, 思维的深刻性、敏捷性等主要内容在自然流畅的教学情境中得到有机的融合. 通过九连环的教学, 拓展学生的知识面, 发展学生的特长, 培养学生的个性, 进而达到开设数学选修课的目标.

### 3. 有助于对教材的重新开发

新的数学教材中, 每一章节都增加了一定数量的阅读与思考材料, 开辟了

“链接”、“探究”、“阅读”等拓展性栏目, 这为数学知识拓展类选修课提供了很好的平台. 王尚志教授指出: 教师要成为学生进行数学探究的组织者、指导者、合作者. 但有很多教师受传统教学观念的影响, 认为这些探究性问题都是“花架子”, 浪费时间, 是“不经济”的学习, 因此在教学中经常不情愿, 甚至干脆不指导学生开展探究学习. 而《普通高中数学课程标准(实验)》中明确指出: 高中课程设立“数学探究”“数学建模”等学习活动, 是为形成积极主动、形式多样的学习方式进一步创造有利条件, 以激发学生的数学学习兴趣, 鼓励学生在过程中养成独立思考、积极探索的习惯. 在这节课的教学过程中, 教师努力营造良好的探究氛围, 鼓励学生通过合作、体验、实践、讨论等方式, 让学生在玩中自主解决问题, 在游戏中得到成功的喜悦. 根据学生的认知水平, 根据课程标准要求, 仔细分析教材, 深入挖掘数学内部的联系, 从而有效地利用好教材, 活用教材, 这也是实现选修课是必修课的拓展与延伸的重要途径.

“观念是行为的先导”. 数学教育不只是给予学生数学知识, 更不是为了应付高考, 教师要着眼于学生的长远发展, 注重培养学生数学地思考问题、解决问题的能力. 从笔者对开设知识拓展类选修课《高中数学知识探究和思考》的尝试情况看, 凡是认真完成选修课学习的学生, 都不同程度地促进了自身对数学学科内容的学习. 一方面, 学生通过自己的亲身实践, 更加加深了对数学课程的理解和热爱, 学生会用数学的眼光去观察事物, 以数学的方式去思考身边的实际问题; 另一方面, 由于学习的需要, 他们“用然后知不足”, 激发学生的求知欲, 提高他们学习数学的兴趣, 常常自觉地加深或拓宽了对相关数学课程的学习. 因此, 当选修课真正到达课堂、融入教学时, 数学会变得更加有趣, 学生也会更加喜欢数学, 数学能力也会进一步得到提高. 同时, 选修课的开发与开设也为教师提供了一个创造性发挥教育智慧的空间.