

东城区 2023—2024 学年度第一学期期末统一检测

初二数学

2024.1

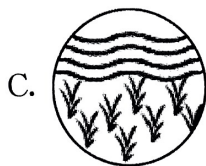
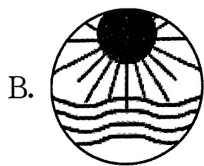
学校 _____ 班级 _____ 姓名 _____ 教育 ID 号 _____

考生须知	<p>1. 本试卷共 8 页, 28 道题, 满分 100 分, 考试时间 100 分钟.</p> <p>2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号.</p> <p>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上, 在试卷上作答无效.</p> <p>4. 在答题卡上, 选择题、作图题用 2B 铅笔作答, 其他试题用黑色字迹签字笔作答.</p> <p>5. 考试结束后, 请将答题卡交回.</p>
------	--

一、选择题(本题共 30 分, 每小题 3 分)

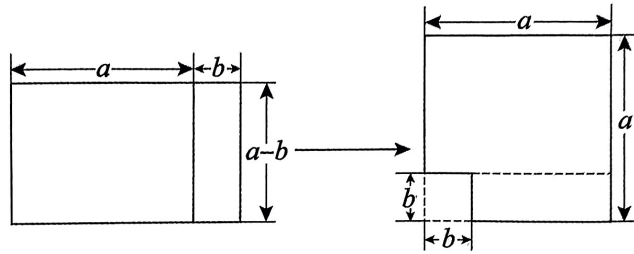
下面各题均有四个选项, 符合题意的选项只有一个.

- 若三角形的两边长分别为 3 和 6, 则这个三角形的第三边长可以是
A. 3 B. 6 C. 9 D. 12
- 在 2023 年中国国际智能汽车展览会上, 吉利控股集团正式宣布中国首款 7 纳米车规级 SoC 芯片“龙鹰一号”的量产和供货. 7 纳米 = 0.000000007 米, 0.000000007 用科学记数法表示应为
A. 7×10^{-9} B. 7×10^9 C. 7×10^{-8} D. 7×10^8
- 下列计算正确的是
A. $a^3 \cdot a = 2a^4$ B. $(a^3)^3 = a^9$ C. $(ab)^3 = a^3b$ D. $a^8 \div a^2 = a^4$
- 中国“二十四节气”已被列入联合国教科文组织人类非物质文化遗产代表作名录. 下列四幅作品分别代表“立春”、“立夏”、“芒种”、“大雪”, 其中不是轴对称图形的是



- 一个多边形的内角和等于其外角和的两倍, 这个多边形是
A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

6. 图中的四边形均为长方形,用等式表示下图中图形面积的运算为



A. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

B. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

C. $a(a+b) = a^2 + ab$

D. $(a+b)^2 = a^2 + ab + b^2$

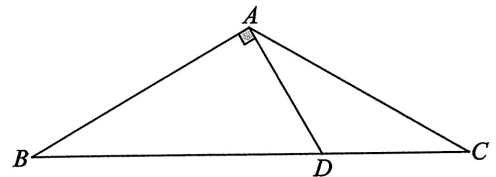
7. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle C=30^\circ$, $AB \perp AD$,若 $AD=4$,则 $BC=$

A. 8

B. 10

C. 12

D. 14



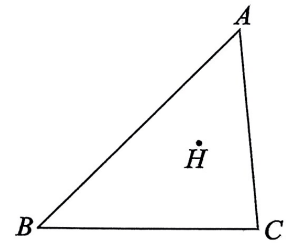
8. 某社区正在建设一批精品小公园.如图, $\triangle ABC$ 是一个正在修建的小公园,现要在公园里修建一座凉亭 H,使该凉亭 H 到公路 AB、AC 的距离相等,且满足 $\triangle ABH$ 和 $\triangle BCH$ 面积相等,则凉亭 H 是

A. $\angle ABC$ 的角平分线与 AC 边上中线的交点

B. $\angle ABC$ 的角平分线与 BC 边上中线的交点

C. $\angle BAC$ 的角平分线与 AB 边上中线的交点

D. $\angle BAC$ 的角平分线与 AC 边上中线的交点



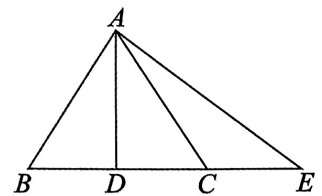
9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$,D 是 BC 的中点,在 BC 的延长线上取点 E,连接 AE,若 $\angle BAD=32^\circ$, $\angle BAE=84^\circ$,则 $\angle CAE$ 为

A. 20°

B. 32°

C. 38°

D. 42°



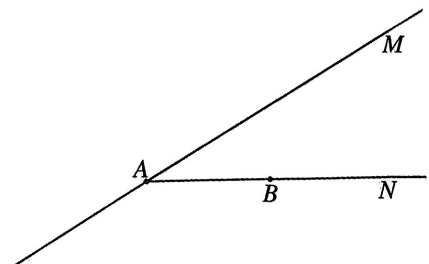
10. 如图, $\angle MAN=30^\circ$,点 B 是射线 AN 上的定点,点 P 是直线 AM 上的动点,要使 $\triangle PAB$ 为等腰三角形,则满足条件的点 P 共有

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个



二、填空题:(本题共 16 分,每小题 2 分)

11. 如图,钢架桥的设计中采用了三角形的结构,其中蕴含的数学道理是_____.

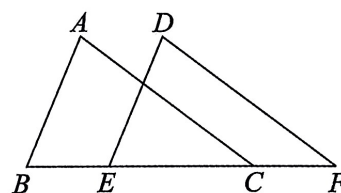


钢架桥

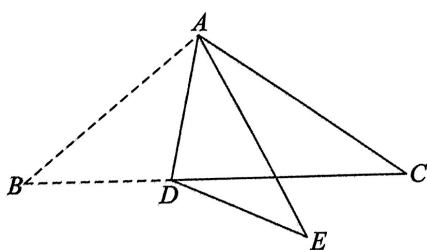
12. 若分式 $\frac{1}{x+1}$ 有意义,则 x 的取值范围是_____.

13. 分解因式: $x^2y - 4xy^2 + 4y^3 =$ _____.

14. 如图, B, E, C, F 四个点在一条直线上. $\angle B = \angle DEF$,
 $AB = DE$,请添加一个条件使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$,则添加的条件可以是_____.



15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 39^\circ$,点 D 是 AB 的垂直平分线与 BC 的交点,将 $\triangle ABD$ 沿着 AD 翻折得到 $\triangle AED$,则 $\angle CDE =$ _____°.



(第 15 题)

账号: shu xue le yuan

$[x^{15}y^2z^3] = 1523$

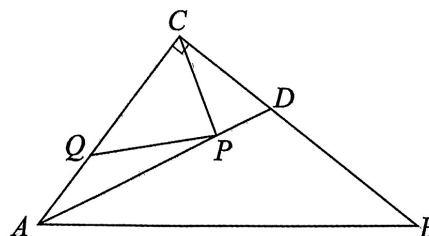
$[x^2y^2z \cdot x^3y] = 531$

$[(x^5)^6y^4z^5 \div x^{10}y^2z] =$ 密码

(第 16 题)

16. 某“数学乐园”展厅的 WIFI 密码被设计成如图所示的数学问题.小明在参观时认真思索,输入密码后成功地连接到网络.他输入的密码是_____.

17. 如图,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, $AB = 5$, AD 是 $\angle BAC$ 的平分线.若 P, Q 分别是 AD 和 AC 上的动点,则 $PC + PQ$ 的最小值是_____.



18. “回文诗”，是能够回还往复，正读倒读皆成章句的诗篇，是我国古典文学作品中的一种有趣的特殊体裁.如“遥望四边云接水，碧峰千点数鸿轻”，倒过来读，便是“轻鸿数点千峰碧，水接云边四望遥”.在数学中也有这样一类正读倒读都一样的自然数，我们称之为“回文数”.例如 11,343 等.

(1)在所有三位数中，“回文数”共有_____个；

(2)任意一个四位数的“回文数”一定是_____的倍数(1 除外).

三、解答题(本题共 54 分,19 题 4 分,20—25 题每题 5 分,26 题 6 分,27—28 题每题 7 分)解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤

19. 尺规作图“三等分角”是在公元前五世纪由古希腊人提出来的难题,该命题已经被数学家证明是不可能的.热爱数学的小明同学设计了一个用尺规三等分 90° 角的方案,老师认为他的想法是正确的.请你根据小明的做法补全图形,并帮助小明完善证明过程.

已知: $\angle AOB = 90^\circ$.

求作:射线 OC 、 OD ,使得 $\angle AOC = \angle COD = \angle DOB = 30^\circ$.

作法:

① 在射线 OB 上取一点 M ,分别以点 O 、点 M 为圆心, OM 长为半径画弧,两弧在 $\angle AOB$ 内部交于点 C ,连接 CM ,画射线 OC ;

② 作 $\angle COM$ 的平分线 OD .

射线 OC 、 OD 为所求作射线.

证明: \because _____,

$\therefore \triangle MOC$ 为等边三角形.

$\therefore \angle$ _____ $= 60^\circ$.

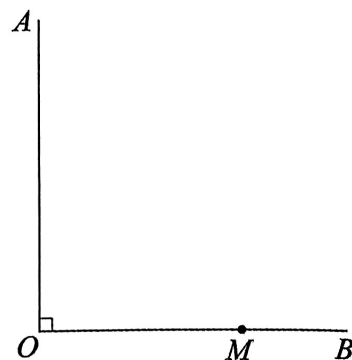
$\because \angle AOB = 90^\circ$,

$\therefore \angle AOC = 30^\circ$.

$\because OD$ 平分 $\angle COM$,

$\therefore \angle COD = \angle DOB = 30^\circ$.

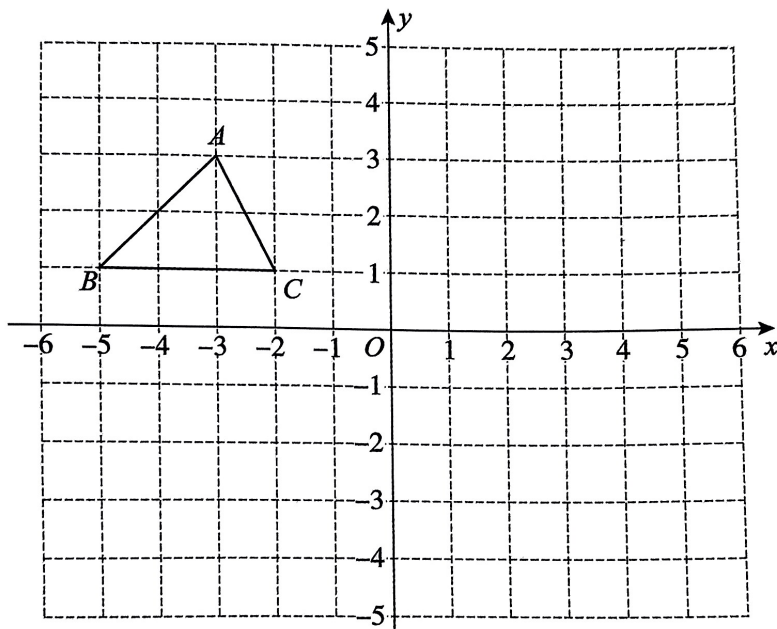
$\therefore \angle AOC = \angle COD = \angle DOB = 30^\circ$.



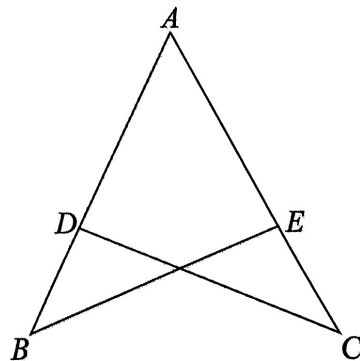
20. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中, $\triangle ABC$ 顶点 A 坐标为 $(-3,3)$,顶点 B 坐标为 $(-5,1)$,顶点 C 坐标为 $(-2,1)$,

(1)作 $\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形 $\triangle A'B'C'$ (其中 A, B, C 的对称点分别是 A', B', C') 并写出点 B' 的坐标;

(2)画出两个与 $\triangle ABC$ 全等且有公共顶点 C 的三角形.(要求:三角形顶点的横、纵坐标都是整数)



21. 如图,点 D 在 AB 上,点 E 在 AC 上,且 $AD=AE, BD=EC$,
求证: $\angle B = \angle C$.



22. 先化简,再求值: $\left(\frac{1}{x-2}-\frac{3}{x^2-4}\right)\div\frac{x-1}{x+2}$,其中 $x=-1$.

23. 解分式方程: $\frac{x}{2x-1}=1+\frac{3}{2x-1}$.

24. 已知 $x^2+2x-2=0$,求代数式 $(x-3)(x+5)+(x+1)^2$ 的值.

25. 列分式方程解应用题:

在杭州第19界亚运会上,中国女篮第七次获得亚运会冠军,女篮运动员的拼搏精神激励了众多球迷.某校篮球社团人数迅增,需要购进A、B两种品牌篮球.已知A品牌篮球单价比B品牌篮球单价的2倍少48元,采购相同数量的A、B两种品牌篮球分别需要花费9600元和7200元.求A、B两种品牌篮球的单价.

26. 利用整式的乘法运算法则推导出： $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+bd$. 我们知道因式分解是与整式乘法方向相反的变形，利用这种关系可得 $acx^2+(ad+bc)x+bd=(ax+b)(cx+d)$. 通过观察可把 $acx^2+(ad+bc)x+bd$ 看作以 x 为未知数， $a、b、c、d$ 为常数的二次三项式，此种因式分解是把二次三项式的二项式系数 ac 与常数项 bd 分别进行适当的分解来凑一次项的系数，分解过程可形象地表述为“竖乘得首、尾，叉乘凑中项”，如图 1，这种分解的方法称为十字相乘法. 例如，将二次三项式 $2x^2+11x+12$ 的二项式系数 2 与常数项 12 分别进行适当的分解，如图 2，则 $2x^2+11x+12=(x+4)(2x+3)$.

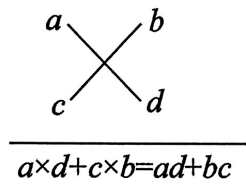


图 1

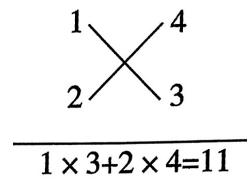


图 2

根据阅读材料解决下列问题：

- (1) 用十字相乘法分解因式： $x^2+6x-27$ ；
- (2) 用十字相乘法分解因式： $6x^2-7x-3$ ；
- (3) 结合本题知识，分解因式： $20(x+y)^2+7(x+y)-6$.

27. 如图 1， $\triangle ABC$ 中， $AB=BC$ ， $\angle ABC=\alpha$ ，点 D 在 AC 上，连接 BD ，在 BD 的上方作 $\angle BDE=\alpha$ ，且 $BD=ED$ ，连接 BE . 作点 A 关于 BC 的对称点 F ，连接 EF ，交 BC 于点 M .

- (1) 补全图形，连接 CF 并写出 $\angle BCF=$ _____ (用含 α 的式子表示)；
- (2) 当 $\alpha=60^\circ$ 时，如图 2，
 - ① 求证： $EM=FM$ ；
 - ② 直接写出 BM 与 AD 的数量关系：_____.

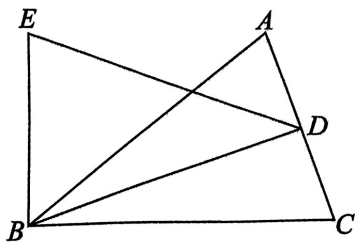


图 1

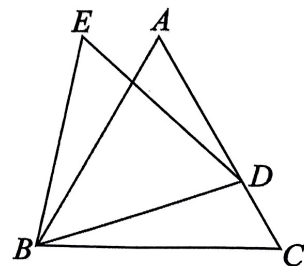


图 2

28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 对于点 P 和点 A , 若存在点 Q , 使得 $\angle PAQ = 90^\circ$, 且 $AQ = AP$, 则称点 Q 为点 P 关于点 A 的“链垂点”.

(1) 如图 1,

① 若点 A 的坐标为 $(2, 1)$, 则点 A 关于点 O 的“链垂点”坐标为 _____;

② 若点 $B(5, 3)$ 为点 O 关于点 C 的“链垂点”, 且点 C 位于 x 轴上方, 试求点 C 的坐标;

(2) 如图 2, 图形 G 是端点为 $(1, 0)$ 和 $(2, 1)$ 的线段, 图形 H 是以点 O 为中心, 各边分别与坐标轴平行且边长为 6 的正方形, 点 D 为图形 G 上的动点, 对于点 $E(0, t) (t < 0)$, 存在点 D , 使得点 D 关于点 E 的“链垂点”恰好在图形 H 上, 请直接写出 t 的取值范围.

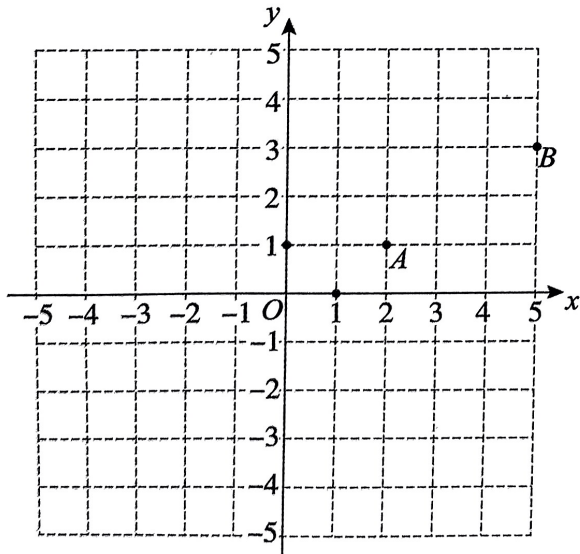


图 1

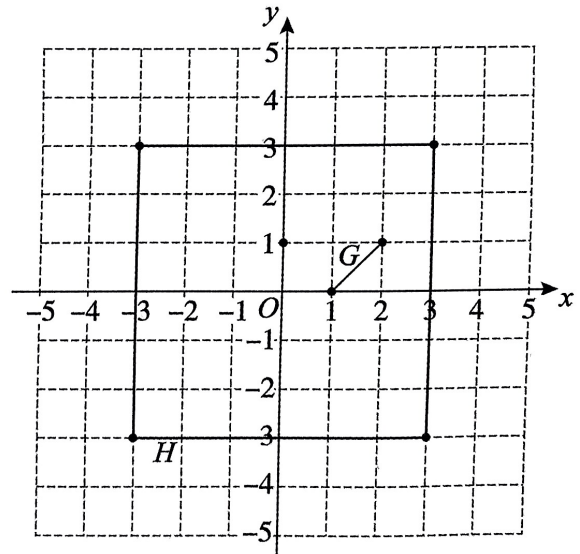


图 2