石景山区 2022−2023 学年第一学期初三期末试卷

数　学

学校________________　姓名________________　准考证号________________

考生须知	
	1．本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3．试卷答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 4．考试结束，将本试卷和答题卡一并交回。

第一部分　选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

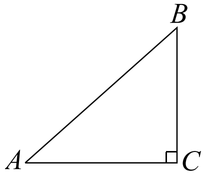
第 1－8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．如果 $2x=5y\ (y\neq 0)$，那么 $\dfrac{x}{y}$ 的值是

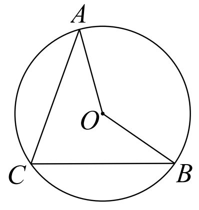
(A) $\dfrac{2}{5}$　　(B) $\dfrac{7}{5}$　　(C) $\dfrac{5}{2}$　　(D) $\dfrac{7}{2}$

2．如图，在 Rt△ACB 中，$\angle C=90^\circ$．若 $\sin A=\dfrac{2}{3}$，$BC=4$，则 AB 的长为

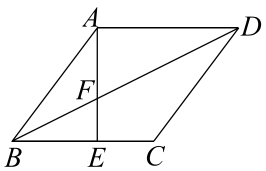
(A) 2　　(B) $2\sqrt{5}$　　(C) $2\sqrt{13}$　　(D) 6



第 2 题图



第 3 题图



第 4 题图

3．如图，点 A，B，C 在⊙O 上．若 $\angle AOB=140^\circ$，则 $\angle ACB$ 的度数为

(A) 40°　　(B) 50°　　(C) 70°　　(D) 140°

4．如图，在菱形 $ABCD$ 中，点 E 在 BC 上，AE 与对角线 BD 交于点 F．若 $AB=5$，$BE=3$，则 $\dfrac{AF}{EF}$ 为

(A) $\dfrac{3}{5}$　　(B) $\dfrac{5}{4}$　　(C) $\dfrac{4}{3}$　　(D) $\dfrac{5}{3}$

5．将抛物线 $y=(x-1)^2+3$ 向上平移2个单位长度，平移后的抛物线的表达式为

(A) $y=(x-1)^2+5$　　(B) $y=(x-1)^2+1$

(C) $y=(x+1)^2+3$　　(D) $y=(x-3)^2+3$

6．若圆的半径为9，则 120° 的圆心角所对的弧长为

(A) 3　　(B) 6　　(C) 3π　　(D) 6π

7．若二次函数 $y=x^2+2x-m$ 的图象与 x 轴有交点，则 m 的取值范围是

(A) $m>-1$　　(B) $m\geqslant -1$　　(C) $m<1$　　(D) $m\leqslant 1$

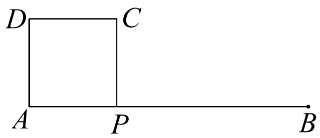
8．如图，线段 $AB=10\text{cm}$，点 P 在线段 AB 上（不与点 A，B 重合），以 AP 为边作正方形 $APCD$．设 $AP=x\text{ cm}$，$BP=y\text{ cm}$，正方形 $APCD$ 的面积为 $S\text{ cm}^2$，则 y 与 x，S 与 x 满足的函数关系分别为

(A) 一次函数关系，二次函数关系

(B) 反比例函数关系，二次函数关系

(C) 一次函数关系，反比例函数关系

(D) 反比例函数关系，一次函数关系

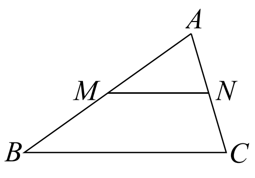


第 8 题图

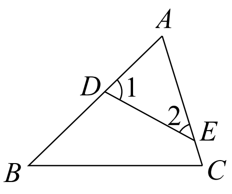
第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

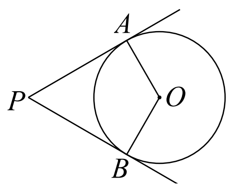
9．如图，在 $\triangle ABC$ 中，M，N 分别为 AB，AC 的中点．若 $\triangle AMN$ 的面积是1，则 $\triangle ABC$ 的面积是_________．



第 9 题图



第 10 题图



第 11 题图

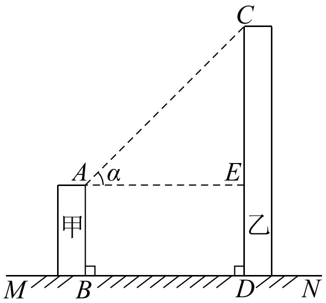
10．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AB>AC$，点 D 在 AB 边上，点 E 在 AC 边上且 $AD<AE$．只需添加一个条件即可证明 $\triangle ABC\backsim\triangle AED$，这个条件可以是_________（写出一个即可）．

11．如图，PA，PB 分别与 $\odot O$ 相切于 A，B 两点．若 $\angle APB=60^\circ$，$OA=2$，则 PB 的长为_________．

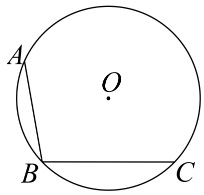
12．抛物线 $y=x^2-6x+5$ 的对称轴为直线_________.

13．在平面直角坐标系 xOy 中，若点 $(1,y_1)$，$(4,y_2)$ 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 的图象上，则 y_1________ y_2（填“>”，“=”或“<”）.

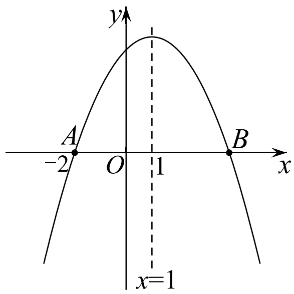
14．如图，线段 AB，CD 分别表示甲、乙建筑物的高，$AB\perp MN$ 于点 B，$CD\perp MN$ 于点 D，两座建筑物间的距离 BD 为 35m．若甲建筑物的高 AB 为 20m，在点 A 处测得点 C 的仰角 α 为 $45°$，则乙建筑物的高 CD 为_________ m．



第 14 题图



第 15 题图



第 16 题图

15．如图，点 A，B，C 在⊙O 上，$\angle ABC=100°$．若点 D 为⊙O 上一点（不与点 A，C 重合），则 $\angle ADC$ 的度数为_________.

16．如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$ 的图象与 x 轴交于 $A(-2,0)$，B 两点，对称轴是直线 $x=1$，下面四个结论中，

①$a<0$

②当 $x>-2$ 时，y 随 x 的增大而增大

③点 B 的坐标为 $(3,0)$

④若点 $M(-1,y_1)$，$N(5,y_2)$ 在函数的图象上，则 $y_1>y_2$

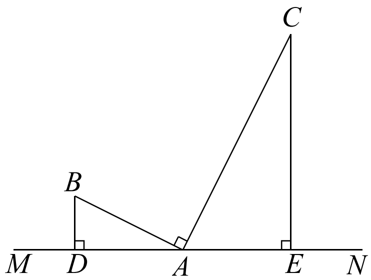
所有正确结论的序号是_________.

三、解答题（共 68 分，第 17−21 题，每题 5 分，第 22 题 6 分，第 23 题 5 分，第 24−26 题，每题 6 分，第 27−28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$2\sin 60°-\sqrt{12}+(-1)^{2023}+\left|1-\sqrt{3}\right|$.

18．如图，A 是直线 MN 上一点，$\angle BAC=90^\circ$，过点 B 作 $BD\perp MN$ 于点 D，过点 C 作 $CE\perp MN$ 于点 E．



（1）求证：$\triangle ADB\backsim\triangle CEA$；

（2）若 $AB=\sqrt{5}$，$AD=AE=2$，求 CE 的长．

19．已知：如图 1，P 为⊙O 上一点．

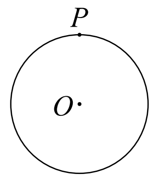


图 1

求作：直线 PQ，使得 PQ 与⊙O 相切．

作法：如图 2，

① 连接 OP；

② 以点 P 为圆心，OP 长为半径作弧，与⊙O 的一个交点为 A，作射线 OA；

③ 以点 A 为圆心，OP 长为半径作圆，交射线 OA 于点 Q（不与点 O 重合)；

④ 作直线 PQ．

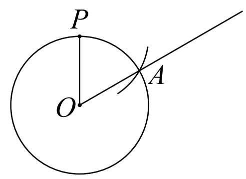


图 2

直线 PQ 就是所求作的直线．

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹)；

（2）完成下面的证明．

证明：连接 PA．

由作法可知 $AP=AO=AQ$，

$\therefore$ 点 P 在以 OQ 为直径的⊙A 上．

$\therefore \angle OPQ=$________°（________________________）（填推理的依据）．

$\therefore OP\perp PQ$．

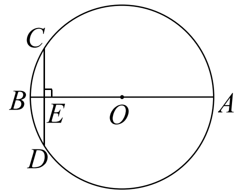
又 $\because OP$ 是⊙O 的半径，

$\therefore PQ$ 是⊙O 的切线（________________________）（填推理的依据）．

20．《九章算术》是中国传统数学重要的著作之一，奠定了中国传统数学的基本框架. 其中第九卷《勾股》中记载了一个“圆材埋壁”的问题：“今有圆材埋在壁中，不知大小. 以锯锯之，深一寸，锯道长一尺，问径几何？”

用现代的语言表述如下，请解答：

如图，AB 是 $\odot O$ 的直径，弦 $CD \perp AB$ 于点 E，$EB=1$ 寸，$CD=10$ 寸，求直径 AB 的长.



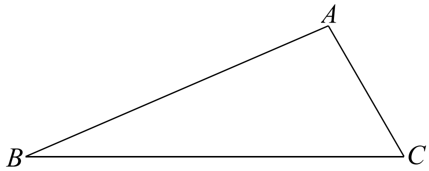
21．在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2-4x+3$ 的图象与 x 轴交于点 A，B（点 A 在点 B 的左侧），顶点为 C.

（1）直接写出点 B，点 C 的坐标；

（2）画出这个二次函数的图象；

（3）若点 $P(0,n)$，$Q(m,n)$ 在此二次函数的图象上，则 m 的值为______.

22．如图，在 $\triangle ABC$ 中，$\angle C=60^\circ$，$\tan B=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$，$BC=10$，求 AC 的长.

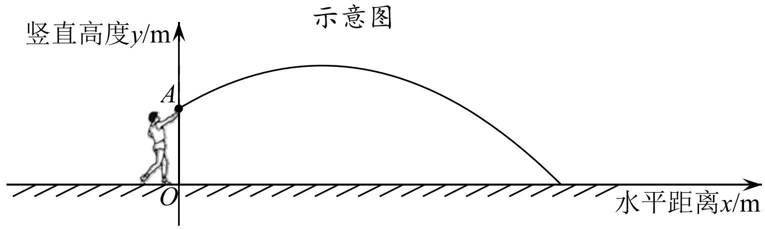


23．在平面直角坐标系 xOy 中，反比例函数 $y_1=\dfrac{m}{x}(m\neq 0)$ 的图象经过点 $A(-1,-6)$，一次函数 $y_2=kx-1(k\neq 0)$ 的图象与 y 轴交于点 B.

（1）求反比例函数的表达式并直接写出点 B 的坐标；

（2）当 $x>2$ 时，对于 x 的每一个值，都有 $y_1<y_2$，直接写出 k 的取值范围.

24．为了在校运动会的推铅球项目中取得更好的成绩，小石积极训练. 铅球被推出后的飞行路线可以看作是抛物线的一部分. 建立如图所示的平面直角坐标系，从铅球出手（点 A 处）到落地的过程中，铅球的竖直高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）近似满足函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$.



小石进行了两次训练.

（1）第一次训练时，铅球的水平距离 x 与竖直高度 y 的几组数据如下：

水平距离 x / m	0	1	2	3	4	5	6	7	8
竖直高度 y / m	1.6	2.1	2.4	2.5	2.4	2.1	1.6	0.9	0

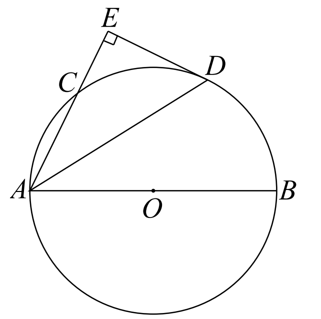
根据上述数据，求出满足的函数关系 $y=a(x-h)^2+k(a<0)$，并直接写出小石此次训练的成绩（铅球落地点的水平距离）；

（2）第二次训练时，小石推出的铅球的竖直高度 y 与水平距离 x 近似满足函数关系 $y=-0.09(x-3.1)^2+2.55$. 记小石第一次训练的成绩为 d_1，第二次训练的成绩为 d_2，则 d_1 ________ d_2（填“>”,“=”或“<”）.

25．如图，AB 是$\odot O$ 的直径，C，D 是$\odot O$ 上的点且 $\overset{\frown}{DB}=\overset{\frown}{DC}$，过点 D 作 $DE\perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E．

（1）求证：DE 是$\odot O$ 的切线；

（2）连接 CD．若 $\cos\angle ECD=\dfrac{\sqrt{7}}{5}$，$AB=15$，求 CD 的长.



26．在平面直角坐标系 xOy 中，点 $A(-2,m)$ 在抛物线 $y=ax^2+c\ (a>0)$ 上，抛物线与 x 轴有两个交点 $B(x_1,0)$，$C(x_2,0)$，其中 $x_1<x_2$．

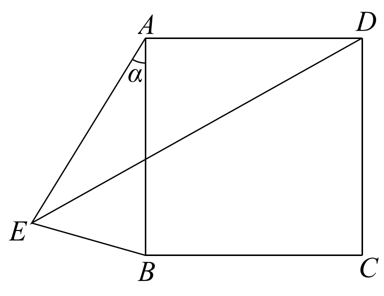
（1）当 $a=1$，$m=-3c$ 时，求抛物线的表达式及顶点坐标；

（2）点 $D(x_1+3,\ n)$ 在抛物线上. 若 $m>n>0$，求 x_1 的取值范围.

27．如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，以点 A 为中心，将线段 AB 顺时针旋转 $\alpha(0^\circ<\alpha<90^\circ)$，得到线段 AE，连接 DE，BE．

（1）求 $\angle DEB$ 的度数；

（2）过点 B 作 $BF\perp DE$ 于点 F，连接 CF，依题意补全图形，用等式表示线段 DE 与 CF 的数量关系，并证明.



28．在平面直角坐标系 xOy 中，**图形 W** 上任意两点间的距离若有最大值，将这个最大值记为 d．对于点 P 和**图形 W** 给出如下定义：点 Q 是**图形 W** 上任意一点，若 P，Q 两点间的距离有最小值，且最小值恰好为 d，则称点 P 为**图形 W** 的"关联点"．

（1）如图 1，**图形 W** 是矩形 $AOBC$，其中点 A 的坐标为 $(0,3)$，点 C 的坐标为 $(4,3)$，则 $d=$__________．在点 $P_1(-1,0)$，$P_2(2,8)$，$P_3(3,1)$，$P_4(-\sqrt{21},-2)$ 中，矩形 $AOBC$ 的"关联点"是__________；

（2）如图 2，**图形 W** 是中心在原点的正方形 $DEFG$，其中 D 点的坐标为 $(1,1)$．若直线 $y=x+b$ 上存在点 P，使点 P 为正方形 $DEFG$ 的"关联点"，求 b 的取值范围；

（3）已知点 $M(1,0)$，$N(0,\sqrt{3})$．**图形 W** 是以 $T(t,0)$ 为圆心，1 为半径的 $\odot T$．若线段 MN 上存在点 P，使点 P 为 $\odot T$ 的"关联点"，直接写出 t 的取值范围．

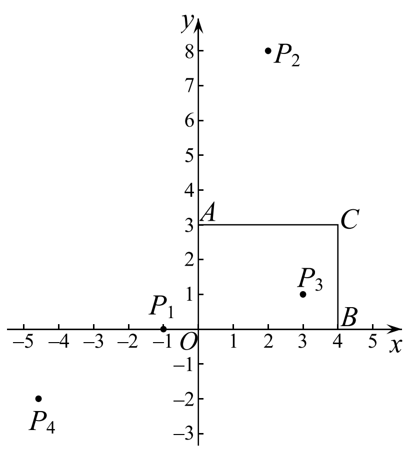


图 1

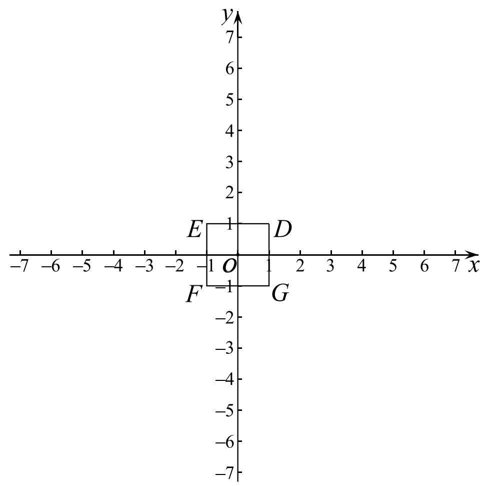


图 2