海淀区九年级第二学期期中练习

数学试卷参考答案

第一部分　选择题

一、选择题　（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	C	C	C	D	A	B	B

第二部分　非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \geq 1$

10．$a(a-2)(a+2)$

11．$x=1$

12．0

13．8

14．940

15．$180°-\alpha$

16．（1）鲁班锁；（2）1，2，3

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式$=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1+2-2\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}+1+2-2\sqrt{3}$

$=3-\sqrt{3}$.

18. 解：原不等式组为$\begin{cases}4x-3<5, & ①\\ \dfrac{2x+1}{3}>2-x. & ②\end{cases}$

解不等式①，得 $x<2$.

解不等式②，得 $x>1$.

∴原不等式组的解集为$1<x<2$.

19. 解：　原式$=\dfrac{4a+1}{b^2-2b+1+2b}$

$=\dfrac{4a+1}{b^2+1}$.

$\because b^2-4a=0$，

$\therefore b^2=4a$.

$\therefore$原式$=\dfrac{4a+1}{4a+1}$

$=1$.

20.（1）证明：$\because$四边形 $ABCD$ 为平行四边形，

$\therefore AD // BC$.

$\therefore \angle AFO=\angle CEO$， $\angle FAO=\angle ECO$.

$\because O$ 为 AC 的中点，

$\therefore AO=CO$.

$\therefore \triangle AOF \cong \triangle COE$.

$\therefore AF=EC$.

$\because AF // EC$，

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为平行四边形.

$\because AE=AF$，

$\therefore$ 四边形 $AECF$ 为菱形.

（2）解：$\because O$ 为 AC 的中点， $AC=4$，

$\therefore OA=\dfrac{1}{2}AC=2$.

$\because$四边形 $AECF$ 为菱形，

$\therefore AC \perp EF$.

$\therefore \angle AOE=90°$.

$\therefore$ 在 Rt$\triangle AOE$ 中，由勾股定理得 $OE=\sqrt{AE^2-OA^2}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}$.

$\because E$ 为 BC 的中点，

$\therefore AB=2OE=2\sqrt{5}$.

21. 解：设每平方米木地板的价格为 $5x$ 元，则每平方米瓷砖的价格为 $3x$ 元.

由题意可得， $12\times 3x+(36+15)\times 5x=10000-1270$.

解得 $x=30$.

$\therefore 5x=150$， $3x=90$.

答：每平方米木地板的价格为 150 元，每平方米瓷砖的价格为 90 元.

22．解：（1）∵函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象经过点 $A(1,2)$ 和 $B(0,1)$，

∴ $\begin{cases}k+b=2,\\ b=1.\end{cases}$

解得 $\begin{cases}k=1,\\ b=1.\end{cases}$

∴该函数的解析式为 $y=x+1$.

（2）$1\leq m\leq 3$.

23．解：（1）32，25；

（2） 60，四；

（3） ＞.

24.（1）证明：∵ $BE=BE$，

∴ $\angle BAE=\angle BDE$.

∵ $\angle EDB+\angle EAD=45^\circ$，

∴ $\angle BAE+\angle EAD=45^\circ$，即 $\angle BAD=45^\circ$.

∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ $\angle ADB=90^\circ$.

∴ $AD\perp BG$.

∵ $AB=AG$，

∴ $\angle BAD=\angle GAD=45^\circ$.

∴ $\angle BAG=90^\circ$.

∴ $AB\perp AG$.

∵ AB 为⊙O 的直径，

∴ AG 与⊙O 相切.

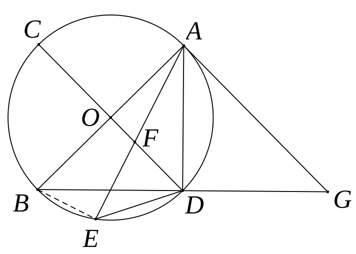
（2）解：连接 BE，如图.

∵ $AB=AG$， $AD\perp BG$， $BG=4\sqrt{5}$，

∴ $BD=\dfrac{1}{2}BG=2\sqrt{5}$.

在 Rt△ADB 中， $\angle ADB=90^\circ$， $\angle BAD=45^\circ$，可得 $AB=2\sqrt{10}$.

∴ $OA=\dfrac{1}{2}AB=\sqrt{10}$.



∵ $\angle BAE=\angle BDE$，

∴ $\tan\angle BAE=\tan\angle BDE=\dfrac{1}{3}$.

∵ AB 为⊙O 的直径，

$\therefore \angle AEB = 90°$.

在 Rt$\triangle AEB$ 中，$\tan\angle BAE = \frac{1}{3}$，可得 $BE = \frac{1}{3}AE$.

由勾股定理得 $BE^2 + AE^2 = AB^2$.

$\therefore (\frac{1}{3}AE)^2 + AE^2 = (2\sqrt{10})^2$.

$\therefore AE = 6$.

$\because \angle BOD = 2\angle BAD = 90°$.

$\therefore \angle AOF = 90°$.

在 Rt$\triangle AOF$ 中，$\tan\angle BAE = \frac{1}{3}$，$OA = \sqrt{10}$，可得 $OF = \frac{\sqrt{10}}{3}$.

由勾股定理得 $AF = \sqrt{OA^2 + OF^2} = \frac{10}{3}$.

$\therefore EF = AE - AF = 6 - \frac{10}{3} = \frac{8}{3}$.

25. 解：（1）$60n$，$5\times 2^n - 5$；

（2） a，7；

（3）$15 < t \le 35$.

26. 解：（1）由题意可知，点 $(4,0)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx\ (a > 0)$ 上，

$\therefore 16a + 4b = 0$.

$\therefore b = -4a$.

$\therefore \frac{b}{-2a} = \frac{-4a}{-2a} = 2$.

$\therefore$抛物线的对称轴为直线 $x = 2$.

（2）① 法一：

令 $y = 0$，则 $ax^2 + bx = 0\ (a > 0)$.

解得 $x = 0$ 或 $x = -\frac{b}{a}$.

$\therefore$抛物线 $y = ax^2 + bx\ (a > 0)$ 与 x 轴交于点 $(0,0)$，$(-\frac{b}{a},0)$.

$\because a > 0$，

$\therefore$抛物线开口向上.

（ⅰ）当 $b < 0$ 时，$-\frac{b}{a} > 0$.

∴当$0<x<-\frac{b}{a}$时，$y<0$；当$x<0$或$x>-\frac{b}{a}$时，$y>0$.

∵当$0<m<4$时，总有$n<0$.

∴$-\frac{b}{a}\geq 4$.

∵$a>0$，

∴$4a+b\leq 0$.

（ii）当$b>0$时，$-\frac{b}{a}<0$.

∴当$-\frac{b}{a}<x<0$时，$y<0$；当$x<-\frac{b}{a}$或$x>0$时，$y>0$.

∴当$0<m<4$时，$n>0$，不符合题意.

综上，$4a+b\leq 0$.

法二：

∴由题意可知，$am^2+bm=n$.

若$n<0$，则$am^2+bm=m(am+b)<0$.

∵$m>0$，

∴$am+b<0$.

∵$a>0$，

∴$m<-\frac{b}{a}$.

∴当$0<m<-\frac{b}{a}$时，$n<0$.

∵当$0<m<4$时，总有$n<0$.

∴$-\frac{b}{a}\geq 4$.

∵$a>0$，

∴$4a+b\leq 0$.

② 存在.

设抛物线的对称轴为$x=t$，则$t=-\frac{b}{2a}$.

∵$a>0$，

∴当$x\geq t$时，y随x的增大而增大；当$x\leq t$时，y随x的增大而减小.

∵$1<k<2$，

$\therefore 3<3k<6$， $k<3k$.

（ⅰ）当$t\le 1$时，

$\because t\le k<3k$.

$\therefore y_1<y_2$，符合题意.

（ⅱ）当$1<t\le 2$时，

当$t\le k<2$时，

$\because t<k<3k$.

$\therefore y_1<y_2$.

当$1<k<t$时，

设点$P(k，y_1)$关于抛物线对称轴$x=t$的对称点为点$P'(x_0,y_1)$，

则$x_0>t$， $t-k=x_0-t$.

$\therefore x_0=2t-k$.

$\because 1<k<t$， $1<t\le 2$，

$\therefore 2t-k<3$.

$\therefore t<x_0<3$.

$\because 3<3k<6$.

$\therefore t<x_0<3k$.

$\therefore y_1<y_2$.

$\therefore$当$1<t\le 2$时，符合题意.

（ⅲ）当$2<t\le 3$时，

令$k=\frac{1}{2}t$， $3k=\frac{3}{2}t$， 则$y_1=y_2$，不符合题意.

（ⅳ）当$3<t<6$时，

令$3k=t$， 则$k<3k\le t$.

$\therefore y_1>y_2$，不符合题意.

（ⅴ）当$t\ge 6$时，

$\because k<3k<t$，

∴ $y_1 > y_2$，不符合题意.

∴ 当 $t \le 2$，即 $-\dfrac{b}{2a} \le 2$ 时，符合题意.

∵ $a > 0$，

∴ $4a + b \ge 0$.

由①可得 $4a + b \le 0$.

∴ $4a + b = 0$.

27.（1）线段 AE 与 BD 的数量关系：$AE = \sqrt{3}BD$.

证明：连接 BE，如图 1.

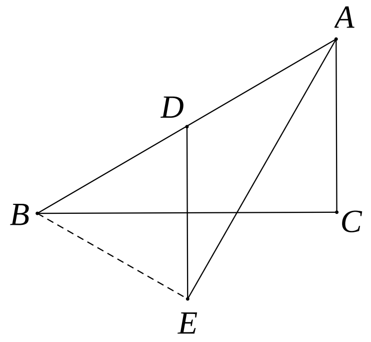


图 1

∵点 D，E 关于直线 BC 对称，

∴直线 BC 是线段 DE 的垂直平分线.

∴ $BD = BE$.

∴ $\angle DBC = \angle EBC = 30^\circ$.

∴ $\angle DBE = 60^\circ$.

∴△ DBE 是等边三角形.

∴ $BD = BE = DE$，$\angle BDE = \angle BED = 60^\circ$.

∵△ ABC 中，$\angle ACB = 90^\circ$，$\angle ABC = 30^\circ$，

∴ $AB = 2AC$.

依题意，得 $AD = AC$，点 D 在 AB 上.

∴ $AB = 2AD$.

∴ $BD = AD$.

∴ $DE = AD$.

∴ $\angle DAE = \angle DEA = 30^\circ$.

∴ $\angle BEA = 90^\circ$.

∴在 Rt△ABE 中，$\dfrac{AE}{BE} = \tan\angle ABE = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$.

∴ $AE = \sqrt{3}BE$.

∴ $AE = \sqrt{3}BD$.

（2）依题意补全图 2，如图.

方法一：

解：延长 AC 至 F，使 $CF=AC$，连接 BF， BE， EF， CD， CE，如图 2.

∵ $\angle ACB=90^{\circ}$，

∴ $AB=BF$.

∵ $\angle BAC=60^{\circ}$，

∴△ ABF 是等边三角形.

∴ $AB=AF=BF$，$\angle BFC=60^{\circ}$.

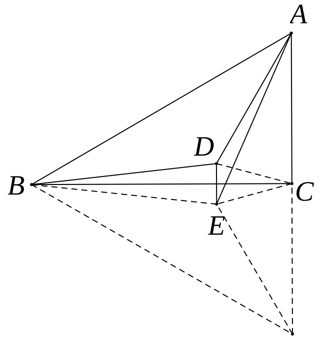


图 2

∵点 D，E 关于直线 BC 对称，

∴直线 BC 是线段 DE 的垂直平分线.

∴ $BD=BE$， $CD=CE$.

∴ $\angle DCB=\angle ECB$.

∵ $\angle ACB=\angle DCF=90^{\circ}$，

∴ $\angle DCA=\angle ECF$.

∵ $AC=FC$，

∴$\triangle DAC\cong\triangle EFC$.

∴ $\angle CAD=\angle CFE$.

∵ $AE=BD$，

∴ $BE=AE$.

∵ $EF=EF$，$BF=AF$，

∴$\triangle BEF\cong\triangle AEF$.

∴ $\angle BFE=\angle AFE=30^{\circ}$.

∴ $\angle CAD=\angle AFE=30^{\circ}$.

∴ $\alpha=30^{\circ}$.

方法二：

解：如图 3，取 AB 中点 F，连接 DF， BE， CD， CE，设 $\angle DBC=\beta$.

∵点 D，E 关于直线 BC 对称，

∴直线 BC 是线段 DE 的垂直平分线.

∴ $BD = BE$， $CD = CE$.

∴ $\angle DBC = \angle EBC = \beta$.

∴ $\angle EBA = 30° + \beta$， $\angle DBA = 30° - \beta$.

∵ $AE = BD$,

∴ $AE = BE$.

∴ $\angle EAB = \angle EBA = 30° + \beta$.

∵ $\angle ACB = 90°$， $\angle ABC = 30°$，

∴ $\angle BAC = 60°$.

∴ $\angle EAC = 30° - \beta$.

∴ $\angle EAC = \angle DBA$.

由（1）可得 $AB = 2AC$.

∵ F 为 AB 中点，

∴ $AB = 2AF = 2BF$.

∴ $AC = AF = BF$.

∵ $AC = BF$， $\angle EAC = \angle DBA$，$AE = BD$,

∴$\triangle ACE \cong \triangle BFD$.

∴ $CE = FD$.

∴ $CD = FD$.

∵ $AD = AD$， $AF = AC$,

∴$\triangle ADF \cong \triangle ADC$.

∴ $\angle FAD = \angle CAD = 30°$.

∴ $\alpha = 30°$.

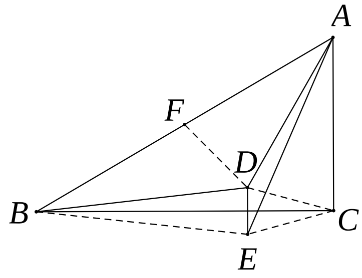
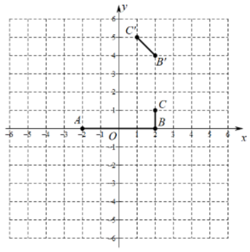


图 3

28.（1）①如图，线段 $B'C'$ 即为所求.



② $t \le -4$ 或 $t \ge 2$.

（2）$2\sqrt{2}r \le d \le 2\sqrt{2}r + a$.