

九年级数学

2024. 01

学校_____ 姓名_____ 准考证号_____

注 意 事 项	1. 本试卷共 7 页，共两部分，28 道题，满分 100 分。考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题纸上准确填写学校名称、姓名和准考证号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题纸上，在试卷上作答无效。 4. 在答题纸上，选择题用 2B 铅笔作答，其他题用黑色字迹签字笔作答。
------------------	---

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1–8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1. 我国古代典籍《周易》用“卦”描述万物的变化. 下图为部分“卦”的符号，其中是中心对称图形的是



(A)



(B)



(C)



(D)

2. 抛物线 $y = -(x-1)^2 + 2$ 的顶点坐标是

(A) $(1, -2)$

(B) $(1, 2)$

(C) $(-1, -2)$

(D) $(-1, 2)$

3. 若关于 x 的一元二次方程 $2x^2 + x - m = 0$ 有一个根为 1，则 m 的值为

(A) 3

(B) 0

(C) -2

(D) -3

4. 在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 如图所示，则关于

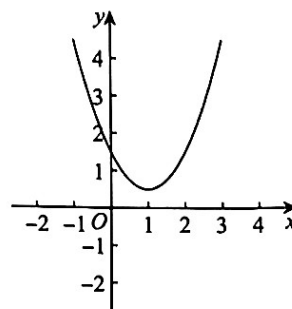
x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的根的情况为

(A) 有两个不相等的实数根

(B) 有两个相等的实数根

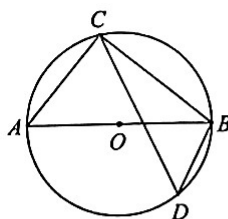
(C) 有实数根

(D) 没有实数根



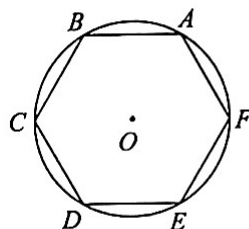
5. 如图，在 $\odot O$ 中， AB 为直径， C, D 为圆上的点，若 $\angle CDB = 51^\circ$ ，
则 $\angle CBA$ 的大小为

- (A) 51° (B) 49°
(C) 40° (D) 39°



6. 如图， $\odot O$ 的半径为2，将 $\odot O$ 的内接正六边形 $ABCDEF$ 绕点 O 顺时针旋转，第一次与自身重合时，点 A 经过的路径长为

- (A) 2 (B) $\frac{\pi}{3}$
(C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) 4π



7. 林业部门考察某种幼树在一定条件下的移植成活率，统计数据如下：

移植总数 m	10	270	750	1500	3500	7000	14000
成活数 n	8	235	662	1335	3180	6292	12628
成活的频率 $\frac{n}{m}$ (结果保留小数点后三位)	0.800	0.870	0.883	0.890	0.909	0.899	0.902

下列说法正确的是

- (A) 若移植 10 棵幼树，成活数将为 8 棵
(B) 若移植 270 棵幼树，成活数不会超过 235 棵
(C) 移植的幼树越多，成活率越高
(D) 随着移植总数的增加，幼树移植成活的频率总在 0.900 左右摆动，显示出一定的稳定性，
可以估计该幼树在同等条件下移植成活的概率为 0.900
8. 如果一个圆的内接三角形有一边的长度等于半径，那么称其为该圆的“半径三角形”。给出下面四个结论：
- ①一个圆的“半径三角形”有无数个；
 - ②一个圆的“半径三角形”可能是锐角三角形、直角三角形或钝角三角形；
 - ③当一个圆的“半径三角形”为等腰三角形时，它的顶角可能是 30° ， 120° 或 150° ；
 - ④若一个圆的半径为 2，则它的“半径三角形”面积最大值为 $2\sqrt{3}$ 。

上述结论中，所有正确结论的序号是

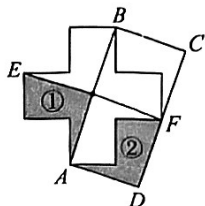
- (A) ①② (B) ②③ (C) ①②③ (D) ①②④

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. 在平面直角坐标系 xOy 中，将抛物线 $y=3x^2$ 向下平移 1 个单位，得到的抛物线表达式为 _____.

10. 如图，由 5 个相同的正方形组成的十字形纸片沿直线 AB 和 EF 剪开后重组可得到矩形 $ABCD$ ，那么②可看作①通过一次 _____ 得到（填“平移”“旋转”或“轴对称”）.



11. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2=16$ 有整数根，则整数 a 的值可以是 _____（写出一个即可）.

12. 已知 y 是 x 的二次函数，表中列出了部分 y 与 x 的对应值：

x	0	1	2
y	0	1	-1

则该二次函数有 _____（填“最小值”或“最大值”）.

13. “青山绿水，畅享生活”，人们经常将圆柱形竹筒改造成生活用具，图 1 所示是一个竹筒水容器，图 2 为该竹筒水容器的截面. 已知截面的半径为 10 cm，开口 AB 宽为 12 cm，这个水容器所能装水的最大深度是 _____ cm.



图 1

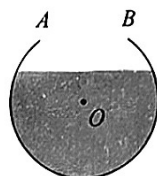
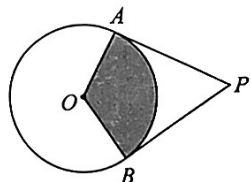
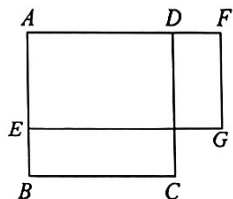


图 2

14. 如图， PA ， PB 是 $\odot O$ 的两条切线，切点分别为 A ， B ， $\angle P=60^\circ$. 若 $\odot O$ 的半径为 3，则图中阴影部分的面积为 _____（结果保留 π ）.



15. 如图，将面积为 25 的正方形 $ABCD$ 的边 AD 的长度增加 a ，变为面积为 22 的矩形 $AEGF$. 若正方形 $ABCD$ 和矩形 $AEGF$ 的周长相等，则 a 的值是 _____.



16. 小云将 9 张点数分别为 1~9 的扑克牌以某种分配方式全部放入 A ， B 两个不透明的袋子中（每个袋子至少放一张扑克牌），从两个袋子中各随机抽取一张扑克牌，将两张扑克牌的点数之和为 k 这一事件的概率记为 P_k .

(1) 若将点数为 1 和 2 的扑克牌放入 A 袋，其余扑克牌放入 B 袋，则 $P_8 =$ _____；

(2) 对于所有可能的分配方式以及所有的 k ， P_k 的最大值是 _____.

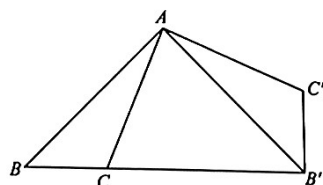
三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，20 题 6 分，第 21-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解方程: $x^2 + x = 1$.

18. 已知 $2a^2 - 3a + 1 = 0$, 求代数式 $(a-3)^2 + a(a+3)$ 的值.

19. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 45^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AB'C'$, 使点 B' 在 BC 的延长线上. 求证: $BB' \perp C'B'$.



20. 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m^2 - n = 0$ 有两个不相等的实数根.

(1) 求 n 的取值范围:

(2) 若 n 为符合条件的最小整数, 且该方程的较大根是较小根的 2 倍, 求 m 的值.

21. 如图, P 是 $\odot O$ 外一点, PA 与 $\odot O$ 相切, 切点为 A . 画出 $\odot O$ 的另一条切线 PB , 切点为 B .
小云的画法是:

①连接 PO ，过点 A 画出 PO 的垂线交 $\odot O$ 于点 B ；

②画出直线 PB .

直线 PB 即为所求.

(1) 根据小云的画法, 补全图形:

(2) 补全下面的证明.

证明：连接 OA, OB .

$$\because OA = OB, AB \perp PO,$$
$$\therefore PO \text{ 垂直平分 } AB, \angle OAB = \angle OBA.$$
$$\therefore PA = \underline{\hspace{1cm}} \textcircled{1} .$$
$$\therefore \angle PAB = \underline{\quad \textcircled{2} \quad}.$$
$$\therefore \angle PAO = \angle PBO.$$

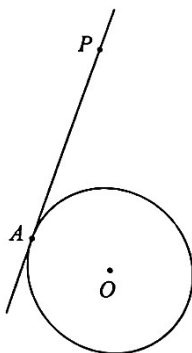
$\therefore PA$ 是 $\odot O$ 的切线, A 为切点,

$$\therefore OA \perp AP.$$
$$\therefore \angle PAO = 90^\circ.$$
$$\therefore \angle PBO = 90^\circ.$$

$\therefore OB \perp PB$ 于点 B .

$\therefore OB$ 是 $\odot O$ 的半径,

$\therefore PB$ 是 $\odot O$ 的切线 (③) (填推理的依据).



22. 不透明袋子中装有 1 个红球, 1 个绿球和 2 个黄球, 这些球除颜色外无其他差别.

(1) 从袋子中随机摸出 1 个球, 摸出的球是黄球的概率为 _____;

(2) 从袋子中随机摸出一个球后, 不放回, 再从剩余的球中随机摸出一个. 请利用列表或画树状图的方法, 求摸出的两个球恰好是一个红球和一个黄球的概率.

23. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过点 $A(0, 2)$, $B(3, -1)$.

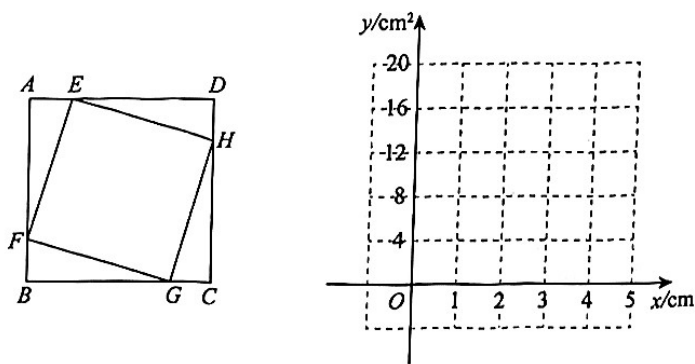
(1) 求该抛物线的表达式;

(2) 过点 $(0, t)$ 与 y 轴垂直的直线 l 与抛物线交于点 $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$, 其中 $x_1 < x_2$, 与直线 AB 交于点 $N(x_3, y_3)$. 若 $x_1 < x_3 < x_2$, 直接写出 t 的取值范围.

24. 如图, 在边长为 4 cm 的正方形 $ABCD$ 各边上取点 E, F, G, H (可与 A, B, C, D 重合), 使得四边形 $EFGH$ 为正方形. 设 AE 为 x cm, 正方形 $EFGH$ 的面积为 y cm^2 .

(1) y 关于 x 的函数表达式是 _____, 自变量 x 的取值范围是 _____;

(2) 在下面的平面直角坐标系 xOy 中, 画出 (1) 中函数的图象;

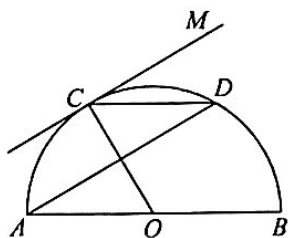


(3) 当 $x =$ _____ cm 时, 正方形 $EFGH$ 面积有最小值 _____ cm^2 .

25. 如图, AB 为半圆 O 的直径, 点 C, D 在半圆 O 上, 直线 CM 与半圆 O 相切于点 C , $CM \parallel AD$.

(1) 若 $\angle MCD = \alpha$, 求 $\angle COA$ 的大小 (用含 α 的式子表示);

(2) 过点 O 作 $OE \perp CD$ 交 CM 于点 E , 交 CD 于点 F , 若 $CD \parallel AB$, $AB = 6$, 求 CE 的长.



26. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(-1, m)$, 点 $B(3, n)$ 在抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$) 上. 设抛物线的对称轴为直线 $x = t$.

(1) 当 $t = 2$ 时,

①直接写出 b 与 a 满足的等量关系;

②比较 m, n 的大小, 并说明理由;

(2) 已知点 $C(x_0, p)$ 在该抛物线上, 若对于 $3 < x_0 < 4$, 都有 $m > p > n$, 求 t 的取值范围.

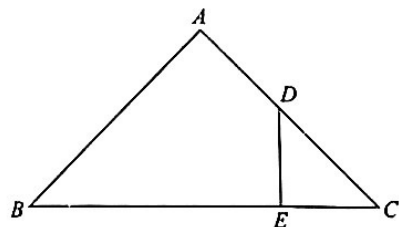
27. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D, E 分别在边 AC, BC 上, 连接 DE , $\angle EDC = \angle B$.

(1) 求证: $ED = EC$;

(2) 连接 BD , 点 F 为 BD 的中点, 连接 AF, EF .

①依题意补全图形;

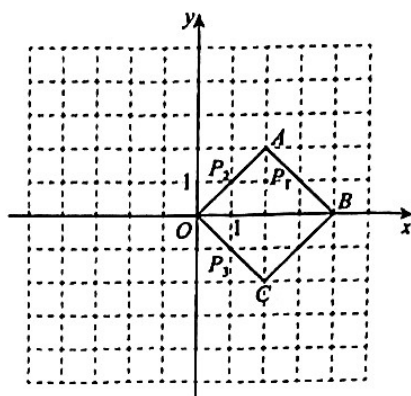
②若 $AF \perp EF$, 求 $\angle BAC$ 的大小.



28. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将中心为 T 的正方形记作正方形 T , 对于正方形 T 和点 P (不与 O 重合) 给出如下定义: 若正方形 T 的边上存在点 Q , 使得直线 OP 与以 TQ 为半径的 $\odot T$ 相切于点 P , 则称点 P 为正方形 T 的“伴随切点”.

(1) 如图, 正方形 T 的顶点分别为点 O , $A(2, 2)$, $B(4, 0)$, $C(2, -2)$.

①在点 $P_1(2, 1)$, $P_2(1, 1)$, $P_3(1, -1)$ 中, 正方形 T 的“伴随切点”是 _____;



②若直线 $y=x+b$ 上存在正方形 T 的“伴随切点”, 求 b 的取值范围;

(2) 已知点 $T(t, t+1)$, 正方形 T 的边长为 2. 若存在正方形 T 的两个“伴随切点” M, N , 使得 $\triangle OMN$ 为等边三角形, 直接写出 t 的取值范围.