

北京市西城区 2023—2024 学年度第一学期期末试卷

八年级数学答案及评分参考

2024.1

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	B	C	D	D	B

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. (1) 1; (2)  $\frac{1}{49}$ .    10.  $x \neq 6$ .    11.  $10a^4b$ .    12. 答案不唯一, 如  $AD=AE$ .

13.  $a+2b$ .    14.  $\frac{1}{3} + (\frac{1}{3 \times 3} + \frac{1}{x}) \times 2.4 = 1$ .    15. 48.    16.  $a > \frac{5}{2}, \frac{45}{4}$ .

三、解答题（共 68 分，第 17 题 8 分，第 18 题 11 分，第 19 题 8 分，第 20 题 7 分，第 21 题 9 分，第 22 题 8 分，第 23 题 9 分，第 24 题 8 分）

17. 解: (1)  $xy^3 - xy$

$= xy(y^2 - 1)$  .....2 分

$= xy(y+1)(y-1)$ . .....4 分

(2)  $2x^2 - 20x + 50$

$= 2(x^2 - 10x + 25)$  .....2 分

$= 2(x-5)^2$ . .....4 分

18. 解: (1)  $(a-3b)(2a+b)$

$= 2a^2 + ab - 6ab - 3b^2$  .....2 分

$= 2a^2 - 5ab - 3b^2$ . .....4 分

(2)  $(a-2 + \frac{2a-a^2}{a+2}) \div \frac{a-2}{a^2+4a+4}$

$= \frac{(a-2)(a+2) + 2a - a^2}{a+2} \times \frac{(a+2)^2}{a-2}$  .....3 分

$$= \frac{2a-4}{a+2} \times \frac{(a+2)^2}{a-2}$$

$$= 2a+4. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

$$\text{当 } a = \frac{3}{2} \text{ 时, 原式} = 7. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

19. (1) 证明:  $\because AC=BD,$

$$\therefore AC+CD=BD+CD,$$

$$\text{即 } AD=BC. \dots\dots\dots 1 \text{ 分}$$

在  $\triangle AED$  和  $\triangle BFC$  中,

$$\begin{cases} EA=FB, \\ \angle A=\angle B, \\ AD=BC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle AED \cong \triangle BFC. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\therefore \angle ADE = \angle BCF. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 证明:  $\because \triangle AED \cong \triangle BFC,$

$$\therefore ED=FC. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\because \angle ADE = \angle BCF,$$

$$\therefore GD=GC. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$\therefore ED-GD=FC-GC,$$

$$\text{即 } EG=FG. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

20.  $\frac{6}{x} + 1 = \frac{x}{x+3}.$

解: 方程两边同乘  $x(x+3)$ , 得  $6(x+3) + x(x+3) = x^2. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

$$\text{解得 } x = -2. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

检验: 当  $x = -2$  时,  $x(x+3) \neq 0.$

所以, 原分式方程的解为  $x = -2. \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$

21. 解：(1) 补全图形如图所示； .....4 分

(2) 证明：连接  $ON$ ,  $CM$ .

$$\because PM \perp OA, PN = PM,$$

$$\therefore ON = OM.$$

( 线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等 )

$$\therefore \angle \underline{NOM} = 2 \angle POM.$$

$$\because OC = OM,$$

$$\therefore OC = ON.$$

在  $\triangle OCM$  和  $\triangle ONM$  中,

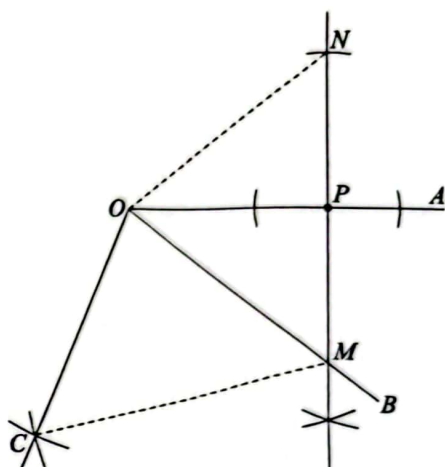
$$\begin{cases} OC = ON, \\ OM = OM, \\ \underline{CM = NM}, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle OCM \cong \triangle ONM. (\underline{SSS})$$

$$\therefore \angle \underline{COM} = \angle NOM.$$

$$\therefore \angle AOC = \angle POM + \angle COM = 3 \angle POM,$$

即  $\angle AOC = 3 \angle AOB$ . .....9 分



22. 解：(1) 9; .....2 分

$$(2) \because y = c^2 + d^2, \quad 41y = m^2 + n^2, \quad m = 5c - 4d,$$

$$\therefore 41(c^2 + d^2) = (5c - 4d)^2 + n^2.$$

$$\therefore 41c^2 + 41d^2 = 25c^2 - 40cd + 16d^2 + n^2.$$

$$\therefore n^2 = 16c^2 + 40cd + 25d^2.$$

$$\therefore n^2 = (4c + 5d)^2.$$

$$\therefore n = 4c + 5d \text{ 或 } n = -4c - 5d. \text{ .....6 分}$$

(3) 答案不唯一, 如  $m = ac + bd$ ,  $n = bc - ad$ . .....8 分

23. 解: (1) ①  $\because BE \perp AC$ ,

$$\therefore \angle BEA = \angle CED = 90^\circ.$$

在  $\triangle ABE$  和  $\triangle DCE$  中,

$$\begin{cases} \angle BEA = \angle CED, \\ \angle ABE = \angle DCE, \\ AB = DC, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABE \cong \triangle DCE. \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\therefore AE = DE.$$

$$\therefore \angle DAE = \angle ADE.$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ. \dots\dots\dots 3 \text{ 分}$$

$$\textcircled{2} AC = BD + 2DE. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(2) 证明: 在  $CA$  上截取  $CP$ , 使  $CP = BD$ , 连接  $DP$ ;

延长  $DM$  至  $N$ , 使  $MN = MD$ , 连接  $CN$ , 如图.

在  $\triangle ABD$  和  $\triangle DCP$  中,

$$\begin{cases} AB = DC, \\ \angle ABD = \angle DCP, \\ BD = CP, \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle DCP.$$

$$\therefore AD = DP, \angle ADB = \angle DPC.$$

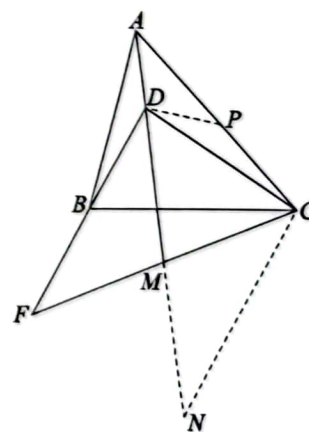
$$\therefore \angle PAD = \angle APD,$$

$$\angle FDM = \angle APD,$$

$$\therefore \angle FDM = \angle PAD.$$

$\because M$  是  $CF$  的中点,

$$\therefore FM = CM.$$



在 $\triangle DFM$ 和 $\triangle NCM$ 中,

$$\begin{cases} MD=MN, \\ \angle DMF=\angle NMC, \\ FM=CM, \end{cases}$$

$\therefore \triangle DFM \cong \triangle NCM.$

$\therefore DF=NC, \angle FDM=\angle N.$

$\therefore \angle N=\angle PAD.$

$\therefore NC=AC.$

$\therefore DF=AC.$  .....9分

24. 解: (1) ①H, K; .....2分

②设点 $E(m, 2)$ 关于 $y$ 轴的对称点为 $E_1$ , 则 $E_1(-m, 2).$

设点 $E_1$ 关于直线 $l$ 的对称点为 $E_2(a, 2),$

则 $1-(-m)=a-1,$  即 $a=m+2.$

$\therefore E_2(m+2, 2).$

同理可求点 $F(m+2, 2), G(m+1, 3)$ 关于 $y$ 轴和直线 $l$ 两次对称后的对称点分别为 $F_2(m+4, 2), G_2(m+3, 3).$

$\therefore \triangle EFG$ 是图形 $N$ 的“双称图形”,

$\therefore \triangle E_2F_2G_2$ 与正方形 $ABCD$ 有公共点.

$$\therefore \begin{cases} m+4 \geq 2, \\ m+2 \leq 2 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} m+4 \geq 5, \\ m+2 \leq 5. \end{cases}$$

$\therefore -2 \leq m \leq 0$  或  $1 \leq m \leq 3.$  .....6分

(2)  $-\frac{3}{2} \leq t \leq \frac{3}{2}.$  .....8分

四、选做题（共 10 分，第 25 题 4 分，第 26 题 6 分）

25. 解：（1）2； .....2 分

（2）②④. ....4 分

26. 解：（1）18，17； .....2 分

（2）设点  $D$  的坐标为  $(0, y)$  ( $y < 0$ ).

当  $2 \geq |y|$ ，即  $-2 \leq y < 0$  时， $d(A, D) = 5 \times 2 + 4|y| = 15$ .

$$\therefore y = -\frac{5}{4}.$$

当  $2 < |y|$ ，即  $y < -2$  时， $d(A, D) = 4 \times 2 + 3|y| = 15$ .

$$\therefore y = -\frac{7}{3}.$$

$\therefore$  点  $D$  的坐标为  $(0, -\frac{5}{4})$  或  $(0, -\frac{7}{3})$ . ....4 分

（3） $6 < t < 7$  或  $t \geq 9$ . ....6 分