

海淀区九年级第一学期期末练习

数学试卷参考答案

第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	A	B	A	D	D	C	D	C

第二部分 非选择题

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9. $y=3x^2-1$
10. 旋转
11. 1（答案不唯一）
12. 最大值
13. 18
14. 3π
15. $\sqrt{3}$
16. (1) $\frac{1}{7}$, (2) $\frac{1}{5}$

三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20 题 6 分，第 21-23 题，每题 5 分，第 24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：方程化为 $x^2+x-1=0$.

$$a=1, \quad b=1, \quad c=-1.$$

$$\Delta=b^2-4ac=1^2-4\times 1\times (-1)=5>0.$$

方程有两个不相等的实数根

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=\frac{-1\pm\sqrt{5}}{2},$$

即 $x_1=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}, \quad x_2=\frac{-1-\sqrt{5}}{2}.$

18. 解：∵ $2a^2-3a+1=0$,

$$\therefore 2a^2-3a=-1.$$

$$\therefore \text{原式}=a^2-6a+9+a^2+3a$$

$$= 2a^2 - 3a + 9$$

$$= -1 + 9$$

$$= 8.$$

19. 证明：∵将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AB'C'$ ，

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle AB'C'.$$

$$\therefore AB = AB', \angle B = \angle AB'C' = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle AB'B = \angle B = 45^\circ.$$

$$\therefore \angle BB'C = \angle AB'B + \angle AB'C' = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ.$$

$$\therefore BB' \perp C'B'.$$

20. 解：（1）∵关于 x 的方程 $x^2 - 2mx + m^2 - n = 0$ 有两个不相等的实数根，

$$\therefore \Delta = (-2m)^2 - 4(m^2 - n) > 0.$$

解得 $n > 0$.

（2）∵ n 为符合条件的最小整数，

$$\therefore n = 1.$$

$$\therefore \text{方程可化为 } x^2 - 2mx + m^2 - 1 = 0.$$

解方程，得 $x_1 = m - 1$, $x_2 = m + 1$.

$$\therefore m + 1 - (m - 1) = 2 > 0,$$

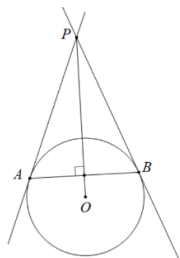
$$\therefore m + 1 > m - 1.$$

∵该方程的较大根是较小根的2倍，

$$\therefore m + 1 = 2(m - 1).$$

$$\therefore m = 3.$$

21. （1）作图如下：



（2）① PB ;

② $\angle PBA$;

③ 经过半径的外端并且垂直于这条半径的直线是圆的切线.

22. (1) $\frac{1}{2}$.

(2) 解：画树状图如下：



由树状图可知，所有可能出现的结果共有 12 种，即（红，绿），（红，黄 1），（红，黄 2），（绿，红），（绿，黄 1），（绿，黄 2），（黄 1，红），（黄 1，绿），（黄 1，黄 2），（黄 2，红），（黄 2，绿），（黄 2，黄 1），并且它们出现的可能性相等. 其中，摸出的两个球恰好是一个红球和一个黄球（记事件 A ）的结果有 4 种，即（红，黄 1），（红，黄 2），（黄 1，红），（黄 2，红）.

$$\therefore P(A) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$

23. 解：(1) $\because$ 抛物线经过点 $A(0, 2)$ 和 $B(3, -1)$,

$$\therefore \begin{cases} c = 2, \\ 9 + 3b + c = -1, \end{cases} \text{ 得 } \begin{cases} b = -4, \\ c = 2. \end{cases}$$

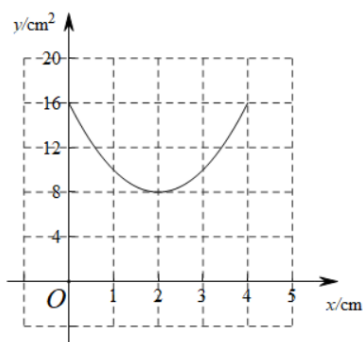
$\therefore$ 抛物线的表达式为 $y = x^2 - 4x + 2$.

(2) $-1 < t < 2$.

24. (1) $y = 2x^2 - 8x + 16$,

$0 \leq x \leq 4$;

(2)



(3) 2,

8.

25. 解：(1) $\because CM \parallel AD$,

$$\therefore \angle CDA = \angle MCD = \alpha.$$

$$\therefore \angle COA = 2\angle CDA = 2\alpha.$$

(2) $\because CM$ 与半圆 O 的切线相切于点 C ,

$$\therefore OC \perp CM.$$

$$\therefore \angle ECO = 90^\circ.$$

$$\text{即 } \angle DCO + \angle MCD = 90^\circ.$$

$$\because CD \parallel AB,$$

$$\therefore \angle DCO = \angle COA = 2\alpha.$$

$$\therefore 3\alpha = 90^\circ.$$

$$\therefore \alpha = 30^\circ.$$

$$\therefore \angle DCO = 60^\circ.$$

$$\because OE \perp CD \text{ 于 } F,$$

$$\therefore \angle CFO = 90^\circ.$$

$$\therefore \angle COE = 90^\circ - \angle DCO = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

$$\therefore OE = 2CE.$$

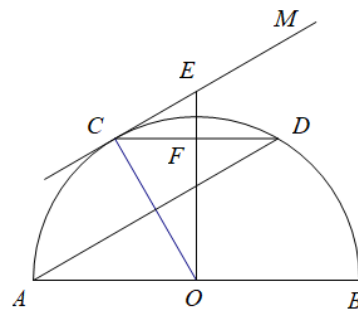
$$\because AB \text{ 为直径, } AB = 6,$$

$$\therefore OC = 3.$$

$$\text{在 Rt}\triangle OCE \text{ 中, 由勾股定理得 } OC^2 + CE^2 = OE^2.$$

$$\therefore 3^2 + CE^2 = (2CE)^2.$$

$$\therefore CE = \sqrt{3}.$$



26.解: (1) ① $b = -4a$;

$$\text{② } m > n.$$

理由如下:

$$\text{由①, } b = -4a,$$

$$\therefore y = ax^2 + bx + c = ax^2 - 4ax + c.$$

$$\because \text{点 } A(-1, m), \text{ 点 } B(3, n) \text{ 在抛物线 } y = ax^2 - 4ax + c (a > 0) \text{ 上,}$$

$$\therefore m = a + 4a + c = 5a + c,$$

$$n = 9a - 12a + c = -3a + c.$$

$$\because a > 0,$$

$$\therefore 5a > -3a.$$

$$\therefore 5a + c > -3a + c.$$

$$\therefore m > n.$$

(2) 解法一:

$$\because a > 0,$$

$\therefore$ 当 $x \geq t$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x \leq t$ 时, y 随 x 的增大而减小.

① 当 $t \leq -1$ 时,

$$\because 3 < x_0 < 4,$$

$$\therefore t \leq -1 < 3 < x_0.$$

$$\therefore m < n < p, \text{ 不符合题意.}$$

② 当 $-1 < t \leq 3$ 时,

设点 $A(-1, m)$ 关于抛物线对称轴 $x = t$ 的对称点为点 $A'(x_{A'}, m)$,

$$\text{则 } x_{A'} > t, \quad t - (-1) = x_{A'} - t.$$

$$\therefore x_{A'} = 2t + 1.$$

(i) 当 $-1 < t \leq 1$ 时,

$$\because -1 < t \leq 1, \quad 3 < x_0 < 4$$

$$\therefore 1 < 2t + 1 \leq 3 < x_0.$$

$$\therefore m < n < p, \text{ 不符合题意.}$$

(ii) 当 $1 < t < \frac{3}{2}$ 时,

$$\text{令 } x_0 = 2t + 1, \text{ 则 } m = p, \text{ 不符合题意.}$$

(iii) 当 $\frac{3}{2} \leq t \leq 3$ 时,

$$\because \frac{3}{2} \leq t \leq 3, \quad 3 < x_0 < 4,$$

$$\therefore t \leq 3 < x_0 < 4 \leq 2t + 1.$$

$$\therefore m > p > n, \text{ 符合题意.}$$

③ 当 $t > 3$ 时,

$$\text{令 } 3 < x_0 < t, \text{ 且 } 3 < x_0 < 4, \text{ 则 } n > p, \text{ 不符合题意.}$$

综上所述, t 的取值范围是 $\frac{3}{2} \leq t \leq 3$.

解法二:

$$\because a > 0,$$

$\therefore$ 当 $x \geq t$ 时, y 随 x 的增大而增大, 当 $x \leq t$ 时, y 随 x 的增大而减小.

$\because$ 当 $3 < x_0 < 4$ 时, 都有 $p > n$,

$$\therefore t \leq 3 < x_0.$$

① 当 $t \leq -1$ 时,

$$\because t \leq -1 < 3,$$

$\therefore n > m$, 不符合题意.

② 当 $-1 < t \leq 3$ 时,

设点 $A(-1, m)$ 关于抛物线对称轴 $x = t$ 的对称点为点 $A'(x_{A'}, m)$,

则 $x_{A'} > t$, $t - (-1) = x_{A'} - t$.

$$\therefore x_{A'} = 2t + 1.$$

$$\because m > p,$$

$$\therefore 2t + 1 > x_0.$$

$\because$ 当 $3 < x_0 < 4$ 时, 都有 $m > p$,

$$\therefore 2t + 1 \geq 4.$$

$$\therefore t \geq \frac{3}{2}.$$

$$\therefore \frac{3}{2} \leq t \leq 3.$$

综上所述, t 的取值范围是 $\frac{3}{2} \leq t \leq 3$.

27. (1) 证明: $\because AB = AC$,

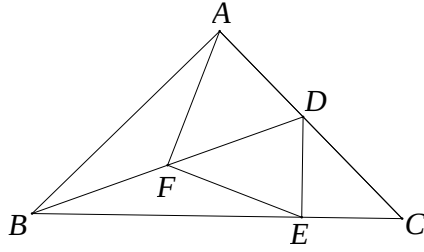
$$\therefore \angle B = \angle C.$$

$$\because \angle EDC = \angle B,$$

$$\therefore \angle EDC = \angle C.$$

$$\therefore ED = EC.$$

(2) ① 依题意补全如下图.



② 延长 EF 至点 M ，使 $MF = EF$ ，连接 BM ， AM ， AE 。

$\because$ 点 F 是 BD 的中点，

$\therefore BF = FD$ 。

又 $\because \angle MFB = \angle EFD$ ，

$\therefore \triangle FMB \cong \triangle FED$ 。

$\therefore MB = ED$ ， $\angle MBF = \angle EDF$ 。

$\because ED = EC$ ，

$\therefore MB = EC$ 。

$\because AF \perp EF$ ， $FM = EF$ ，

$\therefore AM = AE$ 。

又 $\because AB = AC$ ，

$\therefore \triangle AMB \cong \triangle AEC$ 。

$\therefore \angle ABM = \angle C$ 。

设 $\angle C = \alpha$ ，则 $\angle ABM = \angle ABC = \angle EDC = \alpha$ 。

$\therefore \angle MBC = 2\alpha$ 。

$\because \angle MBF = \angle EDF$ ，

$\therefore MB \parallel DE$ 。

$\therefore \angle DEC = \angle MBC = 2\alpha$ 。

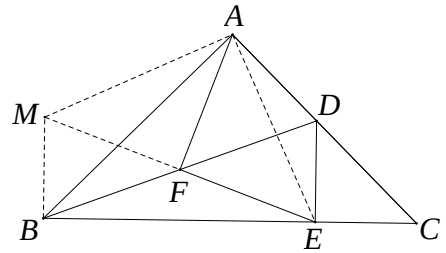
$\because \angle DEC + \angle EDC + \angle C = 180^\circ$ ，

$\therefore 2\alpha + \alpha + \alpha = 180^\circ$ 。

$\therefore \alpha = 45^\circ$ 。

$\therefore \angle ABC = \angle C = 45^\circ$ 。

$\therefore \angle BAC = 90^\circ$ 。



28. (1) ① P_2 ， P_3 ；

② 依题意可知，点 $T(2,0)$ ，点 Q 为正方形边上的点，则 $\sqrt{2} \leq TQ \leq 2$.

$\because OP$ 与以 TQ 为半径的 $\odot T$ 相切于点 P ,

$\therefore OP \perp TP$, $TP = TQ$.

$\therefore \angle OPT = 90^\circ$.

$\therefore$ 点 P 在以 OT 为直径的 $\odot D$ 上，且 $\sqrt{2} \leq TP \leq 2$ ，其中点 $D(1,0)$.

$\therefore$ 符合条件的点 P 组成的图形为 EOF （点 O 除外），其中点 $E(1,1), F(1,-1)$ ，如图.

当直线 $y = x + b$ 与 $\odot D$ 相切时，设切点为 G ，与 x 轴交点为 H ,

则 $DG \perp$ 直线 $y = x + b$, $\angle GHD = 45^\circ$.

由 $DG = 1$, 可得 $DH = \sqrt{2}$.

$\therefore H(1 - \sqrt{2}, 0)$.

将 $H(1 - \sqrt{2}, 0)$ 代入 $y = x + b$ 中可得 $b = \sqrt{2} - 1$.

当直线 $y = x + b$ 过点 $(0,0)$ 时， $b = 0$ ，此时直线 $y = x + b$ 也经过点 $(1,1)$.

当直线 $y = x + b$ 过点 $(1,-1)$ 时， $b = -2$.

$\therefore$ 直线 $y = x + b$ 上存在伴随切点，

$\therefore b$ 的取值范围是 $-2 \leq b \leq \sqrt{2} - 1$.

$$(2) \frac{-1 - \sqrt{15}}{2} \leq t \leq \frac{-1 - \sqrt{7}}{2} \text{ 或 } \frac{-1 + \sqrt{7}}{2} \leq t \leq \frac{-1 + \sqrt{15}}{2}.$$

