

## 海淀区九年级第二学期期末练习

### 数学试卷参考答案

#### 第一部分 选择题

##### 一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	A	C	B	C	C	D	D

#### 第二部分 非选择题

##### 二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9.  $x \neq 2$

10. 2

11.  $\frac{2}{3}$

12. 答案不唯一， $k < 0$  即可

13. 135

14.  $<$

15. 33 554 432

16. ①③

##### 三、解答题（共 68 分，第 17-19 题，每题 5 分，第 20-21 题，每题 6 分，第 22-23 题，每题 5 分，第 24 题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 解：原式  $= 1 - 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 3 + 2\sqrt{2}$  .....4 分

$= 1 - \sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}$

$= 4 + \sqrt{2}$ . .....5 分

18. 解：原不等式组为  $\begin{cases} x+5 < 6x, & \text{①} \\ 3x-4 > 2x+2. & \text{②} \end{cases}$

解不等式①，得  $x > 1$ . .....2 分

解不等式②，得  $x > 6$ . .....4 分

$\therefore$  原不等式组的解集为  $x > 6$ . .....5 分

19. 解：原式  $= m^2 + 2mn + n^2 - 2mn - 2n^2$

$= m^2 - n^2$ . .....3 分

$\because m^2 - n^2 - 3 = 0,$   
 $\therefore m^2 - n^2 = 3.$  .....4分  
 $\therefore$ 原式=3. ....5分

20. (1) 证明:  $\because$  四边形  $ECDF$  为平行四边形,  
 $\therefore EF \parallel CD, EF = CD.$  .....1分  
 $\because B, C, D$  在一条直线上,  $BC = CD,$   
 $\therefore EF \parallel BC, EF = BC.$   
 $\therefore$  四边形  $EBCF$  为平行四边形. ....2分  
 $\because AE = EC, AB = BC,$   
 $\therefore EB \perp AC.$   
 $\therefore \angle EBC = 90^\circ.$   
 $\therefore$  四边形  $EBCF$  为矩形. ....3分

(2) 解:  $\because A, B, C, D$  在一条直线上,  $AB = BC = CD, AD = 12,$   
 $\therefore AB = 4.$  .....4分  
 $\because EB \perp AC.$   
 $\therefore \angle EBA = 90^\circ.$   
 $\because \cos A = \frac{4}{5}.$   
 $\therefore AE = \frac{AB}{\cos A} = 5.$  .....5分  
 $\because AE = EC,$   
 $\therefore EC = 5.$   
 $\because$  四边形  $EBCF$  为矩形,  
 $\therefore BF = EC = 5.$   
 $\therefore BF$  的长为 5. ....6分

21. 解: 设中间弦的长度为  $x$  个单位长. ....1分  
 由题意可得  $\frac{1}{x} - \frac{1}{15} = \frac{1}{10} - \frac{1}{x}.$  .....3分  
 解得  $x = 12.$  .....4分  
 经检验,  $x = 12$  是原方程的解且符合题意. ....5分  
 答: 中间弦的长度为 12 个单位长. ....6分

22. 解: (1)  $\because$  一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象由函数  $y = \frac{1}{2}x$  的图象平移得到,

$\therefore k = \frac{1}{2}$ . .....1 分

$\because$  一次函数  $y = kx + b (k \neq 0)$  的图象经过点  $(2, 4)$ ,

$\therefore \frac{1}{2} \times 2 + b = 4$ .

$\therefore b = 3$ . .....2 分

$\therefore$  该一次函数的解析式为  $y = \frac{1}{2}x + 3$ . .....3 分

(2)  $n \geq 3$ . .....5 分

23. 解: (1) 82; .....1 分

(2) 143, 163,  $n_1$ ; .....4 分

(3) 154. ....5 分

24. (1) 证明: 连接  $OA$ , 如图.

$\because OA = OH, AH = OH,$

$\therefore OA = OH = AH.$

$\therefore \triangle AOH$  为等边三角形.

$\therefore \angle AOH = 60^\circ$ . .....1 分

$\because PA$  切  $\odot O$  于点  $A$ ,

$\therefore PA \perp AO.$

$\therefore \angle PAO = 90^\circ.$

$\therefore \angle APO = 30^\circ$ . .....2 分

$\because PA, PB$  分别切  $\odot O$  于点  $A, B$ ,

$\therefore PA = PB, \angle APO = \angle BPO = 30^\circ.$

$\therefore \angle APB = 60^\circ.$

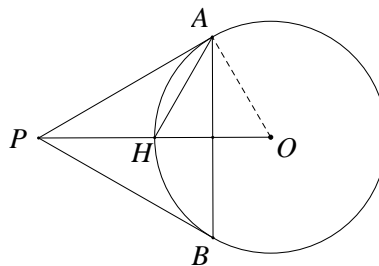
$\therefore \triangle ABP$  为等边三角形. ....3 分

(2) 解: 如图, 连接  $BC$ .

$\because \triangle ABP$  为等边三角形,  $AB = 6,$

$\therefore PA = PB = AB = 6.$

由 (1) 得, 在  $\text{Rt}\triangle PAO$  中,  $\angle PAO = 90^\circ, \angle APO = 30^\circ.$



$\therefore OA = PA \cdot \tan 30^\circ = 6 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}.$

$\therefore \odot O$  的半径为  $2\sqrt{3}$ . .....4分

$\because \triangle AOH$  为等边三角形.

$\therefore \angle HAO = \angle HOA = 60^\circ.$

由 (1) 得  $PA = PB$ ,  $\angle APO = \angle BPO$ ,

$\therefore PO \perp AB.$

$\because AC \parallel PO,$

$\therefore AC \perp AB.$

$\therefore \angle BAC = 90^\circ.$

$\therefore BC$  是  $\odot O$  的直径. ....5分

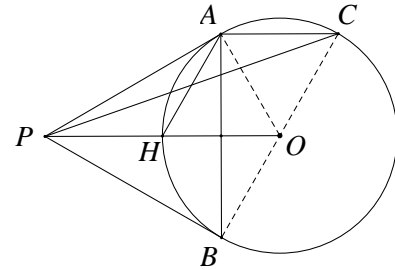
$\therefore BC = 4\sqrt{3}.$

$\because PB$  切  $\odot O$  于点  $B$ ,

$\therefore PB \perp BC.$

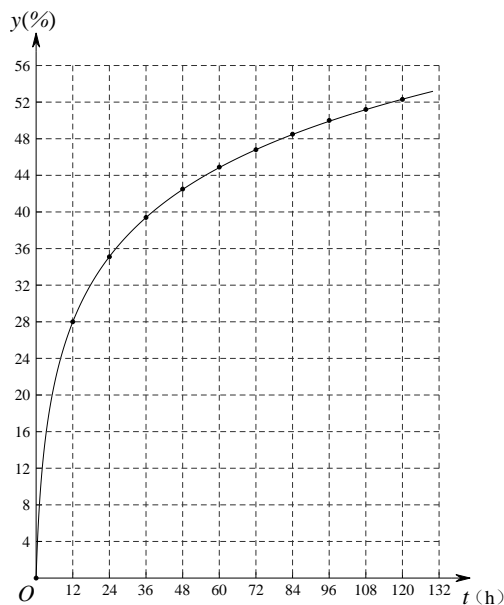
$\therefore \angle PBC = 90^\circ.$

$\therefore \tan \angle CPB = \frac{BC}{PB} = \frac{4\sqrt{3}}{6} = \frac{2\sqrt{3}}{3}.$  .....6分



25. 解: a. 6; .....1分

b. 图象如下图.



.....2分

不能. ....3分

(1) 4; .....4分

(2) 小于. ....5分

26. 解: (1) <; .....2分

(2)  $\because a > 0$ , 抛物线的对称轴为  $x = t$ ,

$\therefore$  当  $x \geq t$  时,  $y$  随  $x$  的增大而增大; 当  $x \leq t$  时,  $y$  随  $x$  的增大而减小.

① 当  $t \geq 7$  时,  $\frac{1}{2}t < t < 2t$ .

点  $B(2t, n)$  关于抛物线对称轴  $x = t$  的对称点为  $B'(0, n)$ ,

此时点  $A, B', C$  均在抛物线对称轴左侧.

$\therefore$  对于  $6 < x_0 < 7$ , 都有  $m < y_0 < n$ ,

$$\therefore \begin{cases} 0 \leq 6, \\ \frac{1}{2}t \geq 7. \end{cases}$$

解得  $t \geq 14$ .

② 当  $6 < t < 7$  时,

取  $x_0 = t$ , 此时  $y_0$  为最小值, 与  $m < y_0$  矛盾, 不符合题意.

③ 当  $0 < t \leq 6$  时,  $\frac{1}{2}t < t < 2t$ .

点  $A(\frac{1}{2}t, m)$  关于抛物线对称轴  $x = t$  的对称点为  $A'(\frac{3}{2}t, m)$ ,

此时点  $A', B, C$  均在抛物线对称轴右侧.

$\therefore$  对于  $6 < x_0 < 7$ , 都有  $m < y_0 < n$ ,

$$\therefore \begin{cases} \frac{3}{2}t \leq 6, \\ 2t \geq 7. \end{cases}$$

解得  $\frac{7}{2} \leq t \leq 4$ .

④ 当  $t = 0$  时,  $2t = t = \frac{1}{2}t$ ,  $m = n$ , 不符合题意.

⑤ 当  $t < 0$  时,  $2t < t < \frac{1}{2}t$ .

点  $B(2t, n)$  关于抛物线对称轴  $x = t$  的对称点为  $B'(0, n)$ ,

此时点  $B', C$  在抛物线对称轴右侧.

$\therefore x_{B'} < 6 < x_0$ ,  $\therefore n < y_0$ , 不符合题意.

综上所述,  $t$  的取值范围是  $\frac{7}{2} \leq t \leq 4$  或  $t \geq 14$ . .....6 分

27. (1) 补全图形如图 1:

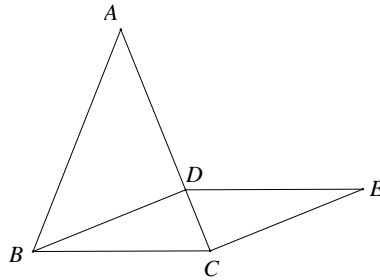


图 1

.....1 分

证明: 设  $\angle E = \alpha$ , 则  $\angle BAC = 2\angle E = 2\alpha$ .

$\because AB = AC$ ,

$$\therefore \angle ABC = \angle ACB = \frac{180^\circ - \angle BAC}{2} = 90^\circ - \alpha.$$

由平移可知,  $BC \parallel DE$ ,  $BC = DE$ .

$\therefore$  四边形  $BCED$  为平行四边形. ....2 分

$\therefore \angle CBD = \angle E = \alpha$ .

$\because BC \parallel DE$ ,

$\therefore \angle CDE = \angle ACB = 90^\circ - \alpha$ .

$\therefore \angle CBD + \angle CDE = 90^\circ$ .

$\therefore \angle CBD$  与  $\angle CDE$  互余. ....3 分

(2)  $\angle CBD$  与  $\angle BAE$  之间的数量关系为  $\angle CBD = \frac{1}{2}\angle BAE$ . ....4 分

解: 如图 2, 连接  $BE$ , 交  $AC$  于点  $O$ , 延长  $AC$  至  $F$ , 使  $OF = OA$ , 连接  $EF$ .

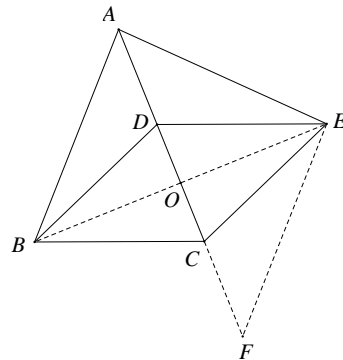


图 2

由 (1) 可得, 四边形  $BCED$  为平行四边形.

$\therefore OB = OE.$

$\because OA = OF, \angle BOA = \angle EOF,$

$\therefore \triangle BOA \cong \triangle EOF.$

$\therefore AB = FE, \angle BAO = \angle EFO.$

$\because AC$  平分  $\angle BAE,$

$\therefore \angle BAO = \angle EAO = \frac{1}{2} \angle BAE.$

$\therefore \angle EFO = \angle EAO.$

$\therefore AE = FE.$

$\therefore AB = AE. \dots\dots\dots 5$  分

$\because OB = OE,$

$\therefore AC \perp BE.$

$\therefore$  四边形  $BCED$  为菱形.

$\therefore BD = BC. \dots\dots\dots 6$  分

$\therefore \angle BDC = \angle BCD.$

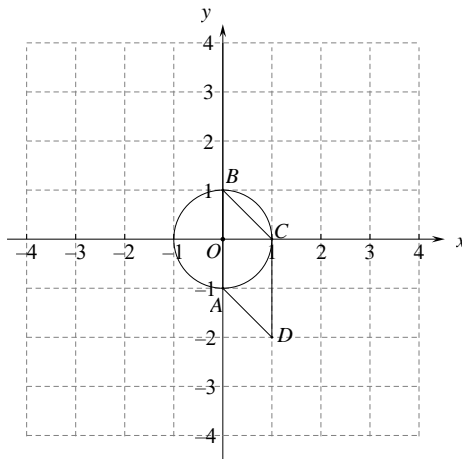
$\therefore$  在  $\triangle BCD$  中,  $\angle CBD + 2\angle BCD = 180^\circ.$

$\because$  在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC + 2\angle BCD = 180^\circ.$

$\therefore \angle BAC = \angle CBD.$

$\therefore \angle CBD = \frac{1}{2} \angle BAE. \dots\dots\dots 7$  分

28. (1) 如图, 四边形  $ABCD$  即为所求.



$\dots\dots\dots 1$  分

点  $D$  的坐标为  $D(1, -2)$ . .....2 分

(2) 如图, 弦  $AB$  的弦切四边形为正方形  $ABCD$ , 设正方形  $ABCD$  的边长为  $a$ ,  $CD$  与  $\odot O$  的切点为  $E$ , 连接  $EO$  并延长交  $AB$  于点  $F$

$\because CD$  与  $\odot O$  的切点为  $E$ ,  $EF$  经过圆心  $O$ ,

$\therefore EF \perp CD$ .

$\because$  四边形  $ABCD$  为正方形,

$\therefore AB \parallel CD$ ,  $AB = BC = a$ .

$\therefore EF \perp AB$ .

$\therefore AF = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}a$ ,  $EF = BC = a$ .

$\because OE = 1$ ,

$\therefore OF = a - 1$ .

在  $\text{Rt}\triangle OAF$  中, 由勾股定理得,  $OA^2 = OF^2 + AF^2$ .

$\therefore 1^2 = (a - 1)^2 + (\frac{1}{2}a)^2$ .

解得  $a = \frac{8}{5}$ .

$\therefore AB$  的长为  $\frac{8}{5}$ . .....5 分

(3)  $0 < t \leq \frac{4\sqrt{5}}{5}$  或  $t = 2$ . .....2 分

