2023 年昌平区初中学业水平考试第二次模拟练习

数　学　试　卷

2023. 5

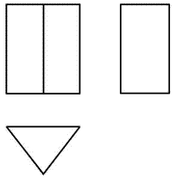
本试卷共 10 页，共 100 分。考试时长 120 分钟。考生务必将答案填涂或写在答题卡上，在试卷上作答无效。考试结束后，将答题卡交回。

一、单项选择题（每小题 2 分，共 16 分）

1. 经文化和旅游部数据中心测算，2023 年清明节假期（4 月 5 日），全国国内旅游出游 2376. 64 万人次，较去年清明节当日增长 22. 7%．将 23 766 400 用科学记数法表示应为

（A）237.664×10^5　（B）23.7664×10^6　（C）2.37664×10^7　（D）2.37664×10^8

2. 右图是某几何体的三视图，该几何体是



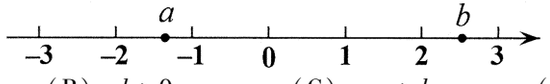
（A）三棱锥

（B）三棱柱

（C）圆柱

（D）长方体

3. 若实数 a，b 在数轴上的对应点的位置如图所示，则以下结论正确的是



（A）$|a|>|b|$　（B）$ab>0$　（C）$-a>b$　（D）$a<b$

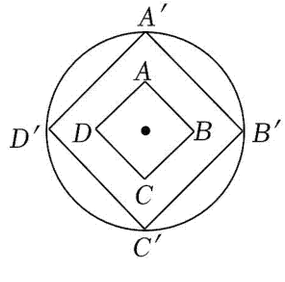
4. 某餐厅计划推出一个新菜品，在菜品研发阶段研制出 A、B 两种味道，为测试哪种味道更符合当地人口味，随机抽取餐厅内的 5 位当地顾客分别为两种味道的菜品打分，打分情况如下表，下列关系全部正确的是

口味	顾客 1	顾客 2	顾客 3	顾客 4	顾客 5
A	7	9	8	6	10
B	5	6	10	10	9

（A）$\bar{x}_A>\bar{x}_B$，$S_A^2=S_B^2$　（B）$\bar{x}_A=\bar{x}_B$，$S_A^2>S_B^2$

（C）$\bar{x}_A=\bar{x}_B$，$S_A^2<S_B^2$　（D）$\bar{x}_A<\bar{x}_B$，$S_A^2<S_B^2$

5. 《墨子・天文志》记载：“执规矩，以度天下之方圆．”度方知圆，感悟数学之美．如图，正方形 $ABCD$ 的面积为 4，以它的对角线的交点为位似中心，作它的位似图形 $A'B'C'D'$，若 $AB:A'B'=1:2$，则四边形 $A'B'C'D'$ 的外接圆的半径为



（A）$\sqrt{2}$　（B）2

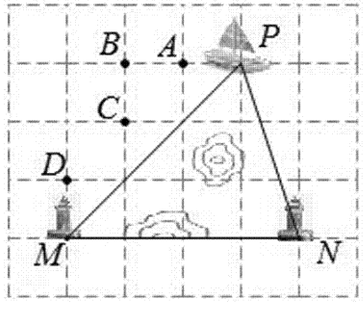
（C）$2\sqrt{2}$　（D）4

6. 一个不透明的盒子中装有 10 个除颜色外无其他差别的小球，其中有 1 个黄球和 3 个绿球，其余都是红球，从中随机摸出一个小球，恰好是红球的概率为

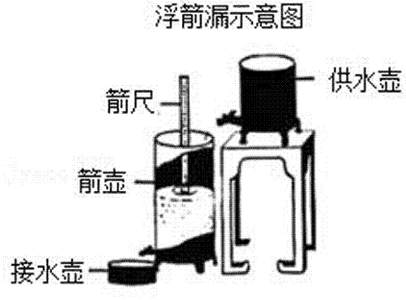
（A）$\frac{3}{5}$　（B）$\frac{3}{10}$　（C）$\frac{1}{5}$　（D）$\frac{1}{3}$

7. 船航行的海岸附近有暗礁，为了使船不触上暗礁，可以在暗礁的两侧建立两座灯塔．只要留心从船上到两个灯塔间的角度不超过一定的大小，就不用担心触礁．如图所示的网格是正方形网格，点 A，B，C，D，P，M，N 是网格线交点，当船航行到点 P 的位置时，此时与两个灯塔 M，N 间的角度（$\angle MPN$ 的大小）一定无触礁危险．那么，对于 A，B，C，D 四个位置，船处于_____时，也一定无触礁危险．

（A）位置 A　（B）位置 B　（C）位置 C　（D）位置 D



第 7 题图



第 8 题图

8. 《九章算术》中记载，浮箭漏出现于汉武帝时期，如图，它由供水壶和箭壶组成，箭壶内装有箭尺，水匀速地从供水壶流到箭壶，箭壶中的水位逐渐上升，箭尺匀速上浮，可通过读取箭尺读数计算时间．某学校 *STEAM* 小组仿制了一套浮箭漏，通过观察，每 2 小时记录一次箭尺读数，得到表格如下．

供水时间 x（小时）	0	2	4	6	8
箭尺读数 y（厘米）	6	18	30	42	54

那么箭尺读数 y 和供水时间 x 最可能满足的函数关系是

（A）正比例函数关系　（B）一次函数关系

（C）二次函数关系　（D）反比例函数关系

二、填空题（每小题 2 分，共 16 分）

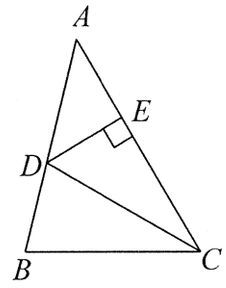
9. 若代数式 $\frac{1}{x-4}$ 有意义，则 x 的取值范围是_____．

10. 分解因式：$2x^3-4x^2+2x=$_____．

11. 方程 $\frac{1}{x}=\frac{2}{x+3}$ 的解为_____．

12. 写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{17}$ 小的整数是_____．

13. 如图，在△ABC中，CD平分∠ACB，$DE\perp AC$若$BC=2$，$DE=1$，则$S_{\triangle BCD}=$_____.



第 13 题图

14. 不等式$x+1<\frac{4+3x}{2}$的解集为_____.

15. 一个正多边形的内角和是它的外角和的 2 倍，则这个正多边形是正_____边形.

16. 某旅店的客房有两人间和三人间两种，两人间每间 200 元，三人间每间 250 元，某学校 50 人的研学团到该旅店住宿，租住了若干客房. 其中男生 27 人，女生 23 人. 若要求男女不能混住，且所有租住房间必须住满.

（1）要想使花费最少，需要_____间两人间；

（2）现旅店对两人间打八折优惠，且仅剩 15 间两人间，此时要想花费最少，需要_____间三人间.

三、解答题（本题共 68 分，第 17－22 题，每小题 5 分，第 23－26 每小题 6 分，第 27－28 题每小题 7 分）解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程。

17. 计算：$(1-\sqrt{5})^0+|-\sqrt{2}|-2\cos45°+(\frac{1}{4})^{-1}$.

18. 已知$5x^2-x-2=0$，求代数式$(2x+1)(2x-1)+x(x-1)$的值.

19. 用尺规“三等分任意角”是数学史上一个著名难题，它已经被数学家伽罗瓦用《近世代数》和《群论》证明是不可能的. 但对于特定度数的已知角，如 90°角，45°角等，是可以用尺规进行三等分的. 下面是小明的探究过程：

已知：如图 1，∠$AOB=90°$.

求作：射线OE，OG三等分∠AOB.

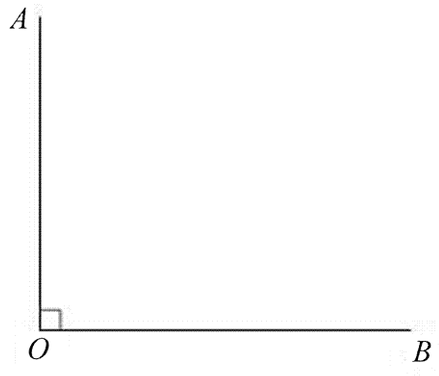


图 1

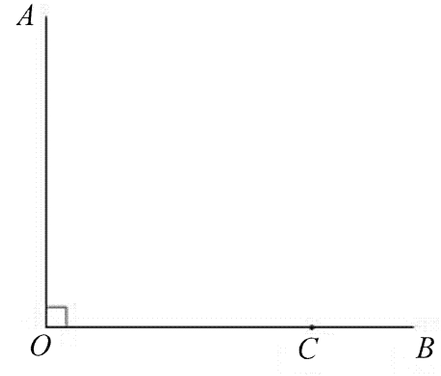


图 2

作法：如图 2，

①在射线OB上取任一点C；

②分别以O，C为圆心，OC长为半径画弧，两弧在OB上方交于点E，在OB下方交于点F，连接CE；

③作直线EF交OC于点D；

④以D为圆心，OD长为半径作圆，交线段CE于点G（点G不与点C重合）；

⑤作射线OG，OE.

所以射线OG，OE即为所求射线.

（1）利用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）；

（2）完成下面的证明.

证明：∵ $OE=OC=CE$，

∴ △COE为等边三角形.

∴ ∠$COE=60°$.

∴ $\angle AOE=\angle AOB-\angle COE=30°$.

∵ OC为⊙D的直径，

∴ ∠$CGO=$_____°.

又∵ $OE=OC$，$OG\perp EC$，

∴ OG平分∠EOC（　　）（填推理的依据）.

∴ $\angle COG=\angle EOG=\frac{1}{2}\angle COE=30°$.

∴ $\angle AOE=\angle COG=\angle EOG$.

即射线OE，OG三等分∠AOB.

20. 关于 x 的一元二次方程 $x^2-kx+k-1=0$.

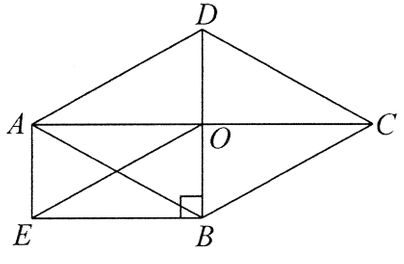
（1）求证：方程总有两个实数根；

（2）若方程有一个根小于 0，求 k 的取值范围.

21. 如图，在菱形 $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，点 E 是过点 O 作 BC 的平行线与过点 B 作 BD 的垂线（垂足为 B）的交点.

（1）求证：四边形 $OEBC$ 是平行四边形；

（2）连接 AE，求证：四边形 $AEBO$ 是矩形.



22. 在平面直角坐标系 xOy 中，函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 过点 $(1,3)$.

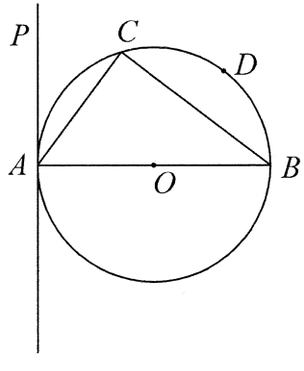
（1）求这个反比例函数的解析式；

（2）当 $0<x\leqslant1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的值都大于函数 $y=mx(m\neq0)$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

23. 如图，AB 是⊙O 直径，C 是⊙O 上一点，过点 A 作直线 PA，使 $\angle PAC=\angle ABC$.

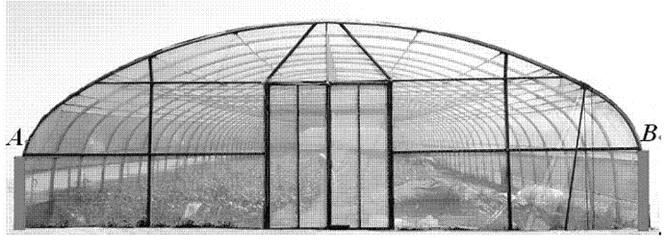
（1）求证：PA 是⊙O 的切线；

（2）点 D 是弧 BC 中点，连接 DO 并延长，分别交 BC，PA 于点 E，F，若 $BC=8$，$\cos\angle PAC=\frac{4}{5}$，求线段 DF 的长.



24. 兴寿镇草莓园是北京最大的草莓基地，通过一颗颗小草莓，促进了农民增收致富，也促进了农旅融合高质量发展。小梅家有一个草莓大棚，大棚的一端固定在离地面高 1m 的墙体 A 处，另一端固定在离地面高 1m 的墙体 B 处，记大棚的截面顶端某处离 A 的水平距离为 xm，离地面的高度为 ym，测量得到如下数值：

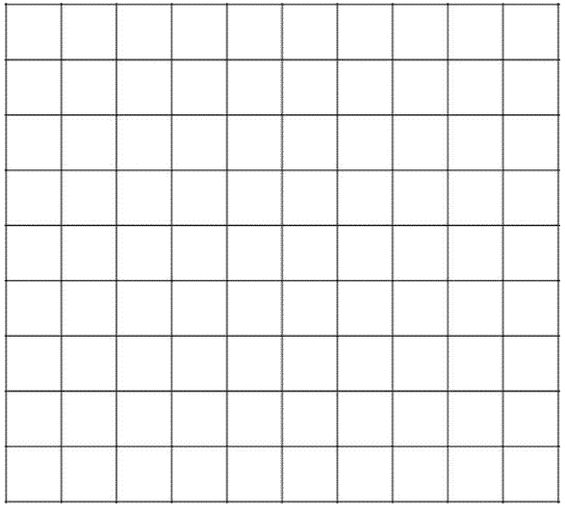
x/m	0	1	2	4	5
y/m	1	$\frac{8}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{11}{3}$	$\frac{8}{3}$



小梅根据学习函数的经验，发现 y 是 x 的函数，并对 y 随 x 的变化而变化的规律进行了探究.

下面是小梅的探究过程，请补充完整：

（1）在下边网格中建立适当的平面直角坐标系，描出表中各组数值所对应的点 (x, y)，并画出函数的图象；



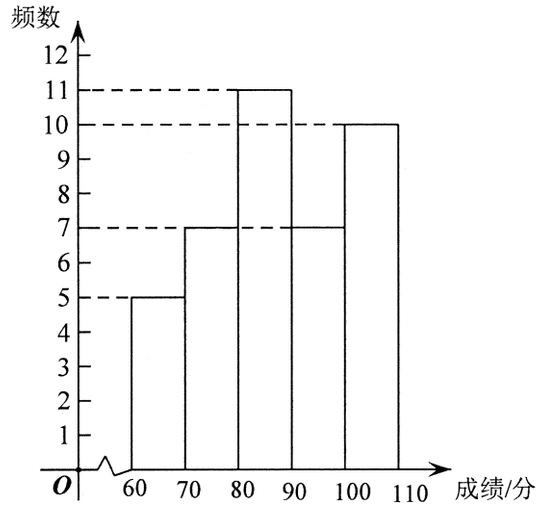
解决问题：

（2）结合图表回答，大棚截面顶端最高处到地面的距离高度为_____ m；此时距离 A 的水平距离为_____ m；

（3）为了草莓更好的生长需要在大棚内安装补光灯，补光灯采用吊装模式悬挂在顶部，已知补光灯在距离地面 1.5m 时补光效果最好，若在距离 A 处水平距离 1.5m 的地方挂补光灯，为使补光效果最好补光灯悬挂部分的长度应是多少 m？（灯的大小忽略不计）

25. 某学校初中各年级进行体质健康测试，为了解学生成绩，从七年级和九年级各随机抽取 40 名学生的成绩进行整理、描述和分析，下面给出了部分信息.

a. 七年级成绩的频数分布直方图如下（数据分成 5 组：$60 \leqslant x < 70$，$70 \leqslant x < 80$，$80 \leqslant x < 90$，$90 \leqslant x < 100$，$100 \leqslant x \leqslant 110$）



b. 七年级成绩在 $80 \leqslant x < 90$ 这一组的是：

82　82　83　84　85　85　85　87　87　88　88

c. 七年级、九年级成绩的平均数、中位数如下：

	平均数	中位数
七年级	87.55	m
九年级	86.25	90

根据以上信息，回答下列问题：

（1）写出表中 m 的值；

（2）分别对本次抽取的学生的成绩进行等级赋分，不少于 90 分就可以赋予“优秀”等级，七年级赋予“优秀”等级的学生人数为 p_1，九年级赋予“优秀”等级的学生人数为 p_2，判断 p_1，p_2 大小，并说明理由；

（3）该校共有七年级学生 310 人，不少于 80 分就可以赋予“良好”等级，估计该校七年级所有学生本次体质健康测试成绩等级为良好及以上的人数为_____（直接写出结果）.

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点$(2a+1,m)$，(b,n)是抛物线 $y=ax^2-2a^2x+c(a\neq0,c>0)$上的点.

（1）当 $a=1$ 时，求抛物线对称轴，并直接写出 m 与 c 大小关系；

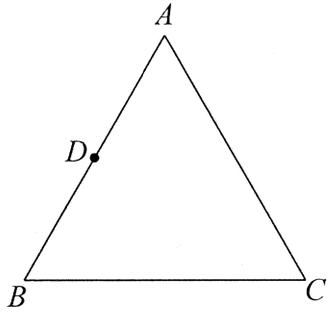
（2）若对于任意的$2\leqslant b\leqslant4$，都有 $m>c>n$，求 a 的取值范围.

27. 在等边△ABC 中，点 D 是 AB 中点，点 E 是线段 BC 上一点，连接 DE，$\angle DEB=\alpha$ $(30°\leqslant\alpha<60°)$，将射线 DA 绕点 D 顺时针旋转 α，得到射线 DQ，点 F 是射线 DQ 上一点，且 $DF=DE$，连接 FE，FC.

（1）补全图形；

（2）求$\angle EDF$ 度数；

（3）用等式表示 FE，FC 的数量关系，并证明.

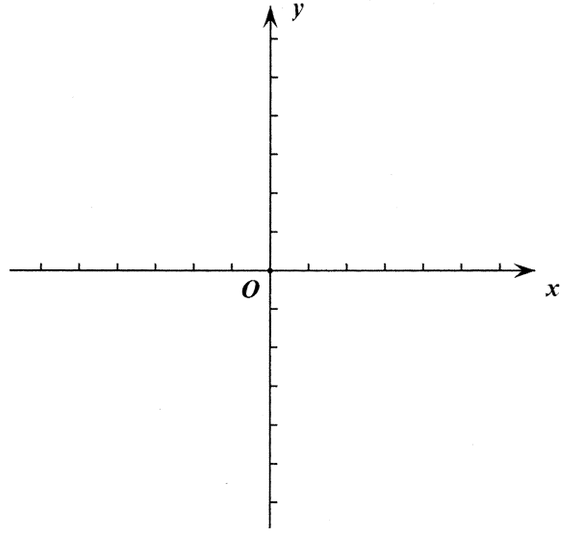


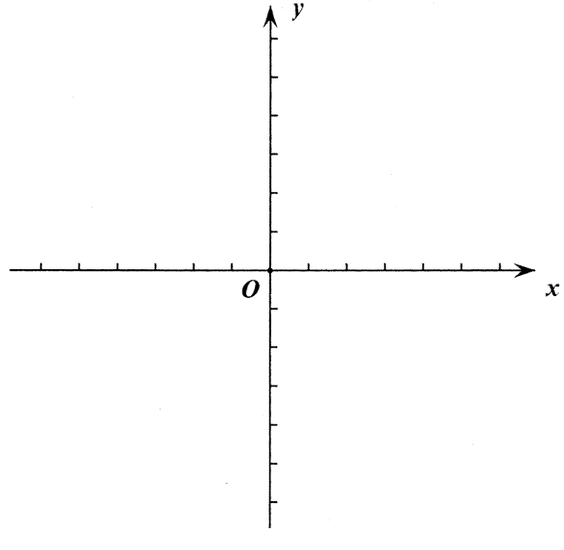
28. 在平面直角坐标系 xOy 中，对于点 P，点 Q 和直线 l，点 P 关于 l 的对称点 P'，点 Q 是直线 l 上一点，将线段 $P'Q$ 绕点 P'逆时针旋转 90°得到 $P'K$，如果线段 $P'K$ 与直线 l 有交点，称点 K 是点 P 关于直线 l 和点 Q 的“双垂点”.

（1）若 $P(2,1)$，点 $K_1(1,1)$，$K_2(1,0)$，$K_3(1,-2)$中是点 P 关于 x 轴和点 Q 的“双垂点”的是_____；

（2）若点 $Q(0,5)$，点 P，K 是直线 $y=x+3$ 上的点，点 K 是点 P 关于 y 轴和点 Q 的“双垂点”，求 P 点的坐标；

（3）点 P 在以$(0,t)$为圆心，1 为半径的圆 M 上，直线 l：$y=x+2$，若圆 M 上存在点 K 是点 P 关于直线 l 和点 Q 的“双垂点”，直接写出 t 的取值范围.





备用图