准考证号 姓名 班级 学校

密 封 线 内 不 要 答 题

北京市燕山地区2023年初中毕业年级质量监测（二）

数 学 试 卷

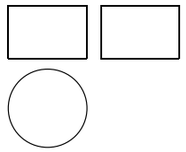
2023年5月

考生须知	1．本试卷共8页，共三道大题，28道小题。满分100分。考试时间120分钟。 2．在试卷和答题卡上准确填写学校名称、班级、姓名和准考证号。 3．试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4．在答题卡上，选择题、画图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5．考试结束，请将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题（共16分，每题2分）

第1－8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

1．右图是某几何体的三视图，该几何体是



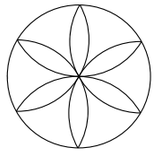
A．圆柱　　B．圆锥

C．长方体　　D．三棱柱

2．我国自主研发的“北斗系统”在卫星导航、通信、遥感等多项核心技术方面取得了突破，已经在国民经济和国防建设等多个领域得到了广泛的应用．2023年2月，北斗终端数量在交通运输营运车辆领域超过8 000 000台．将8 000 000用科学记数法表示应为

A．0.8×10^6　　B．8×10^6　　C．8×10^7　　D．80×10^5

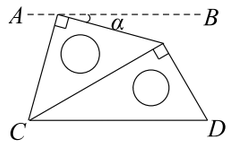
3．图中的图形为轴对称图形，该图形的对称轴的条数为



A．2　　B．4

C．6　　D．8

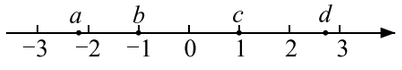
4．一副三角板如图摆放，直线$AB \parallel CD$，则$\angle\alpha$的度数是



A．15°　　B．30°

C．45°　　D．75°

5．实数a，b，c，d在数轴上的对应点的位置如图所示，下列结论中正确的是



A．$|a|<|b|$　　B．$ac>0$　　C．$b+c>0$　　D．$d-a>0$

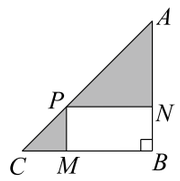
6．一个不透明的袋子中装有红、黄小球各两个，除颜色外四个小球无其他差别，从中随机同时摸出两个球，那么两个球的颜色相同的概率是

A．$\frac{2}{3}$　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$\frac{1}{4}$

7．如果$a-b=1$，那么代数式$(\frac{b^2}{a}-a)\cdot\frac{2a}{a+b}$的值为

A．2　　B．1　　C．－1　　D．－2

8．如图，某小区有一块三角形绿地ABC，其中$\angle B=90°$，$AB=BC$．计划在绿地上建造一个矩形的休闲书吧$PMBN$，使点P，M，N分别在边AC，BC，AB上．记$PM=x$ m，$PN=y$ m，图中阴影部分的面积为S m^2．当x在一定范围内变化时，y和S都随x的变化而变化，则y与x，S与x满足的函数关系分别是



A．一次函数关系，二次函数关系　　B．一次函数关系，反比例函数关系

C．二次函数关系，一次函数关系　　D．反比例函数关系，二次函数关系

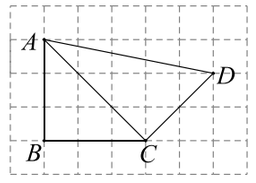
二、填空题（共16分，每题2分）

9．若代数式$\frac{1}{x-3}$有意义，则实数x的取值范围是_____.

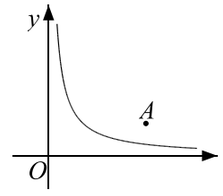
10．分解因式：$a^3-4a^2+4a=$_____.

11．方程组$\begin{cases}2x-y=4,\\x-2y=-1\end{cases}$的解为_____.

12．如图所示的网格是正方形网格，点A，B，C，D均在格点上，则$S_{\triangle ABC}$_____$S_{\triangle ACD}$（填“>”，“<”或“=”）.



（第12题）



（第13题）

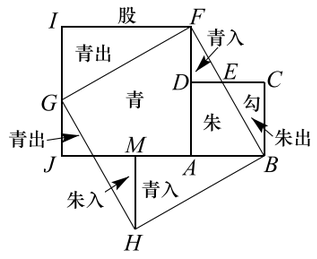
13．反比例函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）在第一象限的图象如图所示，已知点A的坐标为(3，1)，写出一个满足条件的k的值_____.

14．校运动会前夕，要选 60 名身高基本相同的女生组成表演方队，现从全校 200 名女生中随机抽取 40 人，了解了她们的身高情况，数据如下：

身高 /cm	145-150	150-155	155-160	160-165	165-170	170-175
人数 / 人	2	6	10	16	4	2

根据以上数据，估计入选表演方队的女生身高范围为_____cm．

15．魏晋时期，数学家刘徽利用如图所示的“青朱出入图”证明了勾股定理，其中四边形 $ABCD$，$AFIJ$ 和 $BFGH$ 都是正方形．如果图中△ BCE 与△ FDE 的面积比为 $\frac{16}{9}$，那么 $\tan\angle GFI$ 的值为_____．



16．一个 17 人的旅游团到一家酒店住宿，酒店的客房只有双人标准间和三人间，住宿价格是双人标准间每间每晚 100 元，三人间每间每晚 130 元．住宿要求男士只能与男士同住，女士只能与女士同住．

(1) 若该旅游团一晚的住宿费用为 750 元，则他们租住了_____间三人间；

(2) 若该旅游团中共有 7 名男士，则租住一晚的住宿费用最少为_____元．

三、解答题（共 68 分，第 17 － 20 题，每题 5 分，第 21 － 22 题，每题 6 分，第 23 － 24 题，每题 5 分，第 25 － 26 题，每题 6 分，第 27 － 28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明，演算步骤或证明过程．

17．计算：$(\pi-3)^0-2\cos 45°+|-\sqrt{2}|+\sqrt{18}$．

18．解不等式组：$\begin{cases}1+x>5-3x,\\ x<\dfrac{x+6}{3}.\end{cases}$

19．下面是小东设计的“作三角形一边上的高”的尺规作图过程．

已知：△ ABC．

求作：边 BC 上的高 AD．

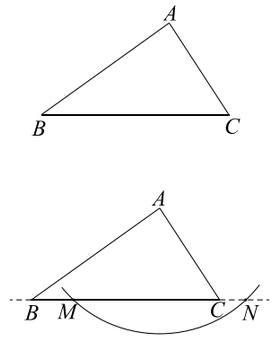
作法：如图 1，

①以点 A 为圆心，适当长为半径画弧，交直线 BC 于点 M，N；

②分别以点 M，N 为圆心，以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径画弧，两弧相交于点 P（不同于点 A）；

③作直线 AP 交 BC 于点 D．

所以线段 AD 就是所求作的△ ABC 的边 BC 上的高．



（图 1）

根据小东设计的尺规作图过程，

(1) 使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹）；

(2) 完成下面的证明．

证明：连接 AM，AN，PM，PN．

∵ $AM=$_____，$PM=$_____，

∴ AP 是线段 MN 的垂直平分线（_____）（填推理的依据），

∴ $AD\perp BC$ 于点 D，

即线段 AD 为△ ABC 的边 BC 上的高．

20．关于 x 的方程 $x^2+4x+m+2=0$ 有两个不相等的实数根．

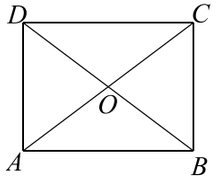
(1) 求 m 的取值范围；

(2) 若 m 为正整数，求此时方程的根．

21．如图，在▱ $ABCD$ 中，对角线 AC，BD 交于点 O，$AO=BO$．

(1) 求证：四边形 $ABCD$ 是矩形；

(2) 若 $AD=3$，$AB=4$，$\angle ADB$ 的角平分线 DE 交 AB 于点 E，求 AE 的长．



密 封 线 内 不 要 答 题

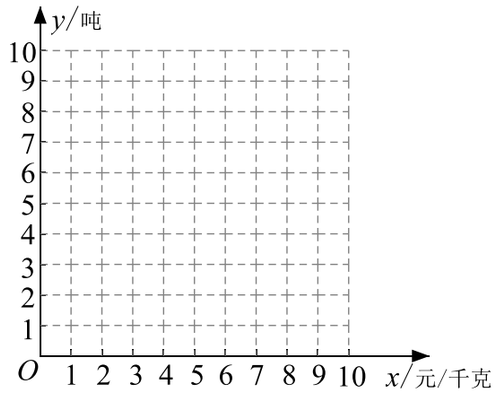
姓名 准考证号
学校 班级
密 封 线 内 不 要 答 题

22．某蔬菜批发基地为指导2023年的番茄销售，对历年的市场行情和供求情况进行了调查统计，得到番茄的售价x(单位：元/千克)与相应需求量y_1(单位：吨)以及供给量y_2(单位：吨)的几组数据：

售价x/元/千克	…	2	3	4	5	6	…
需求量y_1/吨	…	9.5	8.875	8	6.875	5.5	…
供给量y_2/吨	…	1	2	3	4	5	…

(1) 根据表中数据，供给量y_2与售价x之间满足_____函数关系(填“一次”、“二次”或“反比例”)，它的函数表达式为_____；需求量y_1与售价x之间近似满足函数关系$y_1=ax^2+c(a<0)$，它的函数表达式为_____.

(2) 在同一平面直角坐标系中，画出(1)中所确定的函数的图象；



(3) 结合函数图象，解决问题：为使番茄的供需平衡(即供给量与需求量相等)，售价应定为_____元/千克.

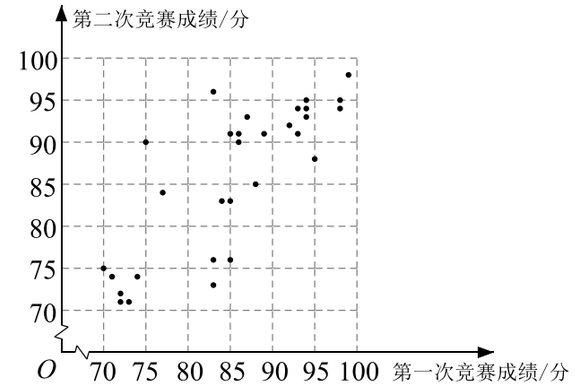
23．在平面直角坐标系xOy中，一次函数$y=kx+b(k>0)$与反比例函数$y=\frac{m}{x}(m\neq 0)$的图象交于点$A(1,6)$和点B.

(1) 若点$B(-6,-1)$，求该一次函数和反比例函数的解析式；

(2) 当$x<-3$时，对于x的每一个值，函数$y=\frac{m}{x}(m\neq 0)$的值大于一次函数$y=kx+b(k>0)$的值，直接写出k的取值范围.

24．为了深入学习领会党的二十大精神，某校团委组织了两次“二十大知识竞赛”．从中随机抽取了30名学生两次竞赛成绩(百分制)的数据，并对数据(成绩)进行整理、描述和分析．下面给出了部分信息：

a．两次竞赛学生成绩情况统计图：



b．两次竞赛学生的获奖情况如下：

竞赛＼奖项		参与奖	优秀奖	卓越奖
第一次竞赛	人　数	8	m	n
	平均分	73	85	95
第二次竞赛	人　数	9	5	16
	平均分	74	85	93

(说明：成绩≥90，获卓越奖；80≤成绩<90，获优秀奖；成绩<80，获参与奖)

c．第二次竞赛获卓越奖的学生成绩如下：

90　90　91　91　91　91　92　93　93　94　94　94　95　95　96　98

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 写出表中m，n的值；

(2) 甲同学第一次竞赛成绩是83分，第二次竞赛成绩是96分，在图中用“○”圈出代表甲同学的点；

(3) 下列推断合理的是_____.

①第二次竞赛成绩数据的中位数是90；

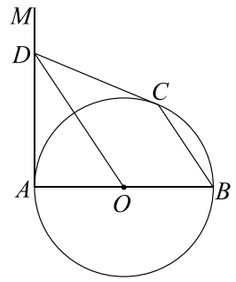
②两次竞赛都获得卓越奖的有10人；

③第二次竞赛的平均成绩高于第一次竞赛的平均成绩.

25．如图，AB 为⊙O 的直径，BC 为弦，射线 AM 与⊙O 相切于点 A，过点 O 作 $OD \parallel BC$ 交 AM 于点 D，连接 DC．

(1) 求证：DC 是⊙O 的切线；

(2) 过点 B 作 $BE \perp AB$ 交 DC 的延长线于点 E，连接 AC 交 OD 于点 F．若 $AB = 12$，$BE = 4$，求 AF 的长．

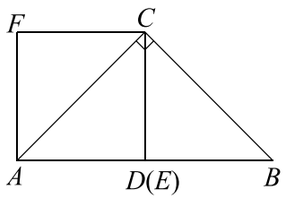


26．在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 - 4a^2x(a > 0)$．

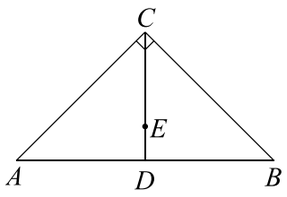
(1) 求抛物线与 x 轴的交点坐标及抛物线的对称轴 (用含 a 的式子表示)；

(2) 已知点 $P(a - 1, y_1)$，$Q(a + 5, y_2)$ 在该抛物线上，若 $y_1 \cdot y_2 < 0$，求 a 的取值范围．

27．△ ABC 中，$\angle ACB = 90°$，$AC = BC$，点 D 为边 AB 的中点，点 E 在线段 CD 上，连接 AE，将线段 AE 绕点 A 逆时针旋转 $90°$ 得到线段 AF，连接 CF．



(图 1)

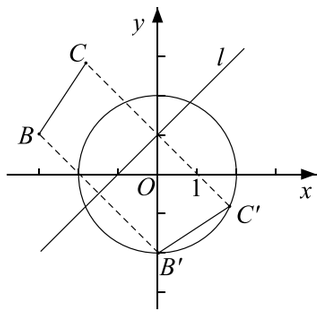


(图 2)

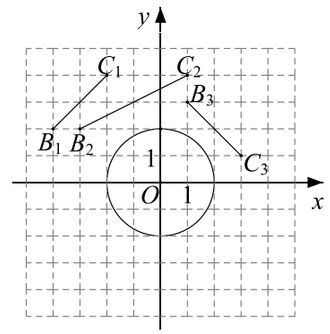
(1) 如图 1，当点 E 与点 D 重合时，求证：$CF = AE$；

(2) 当点 E 在线段 CD 上 (与点 C，D 不重合) 时，依题意补全图 2；用等式表示线段 CF，ED，AD 之间的数量关系，并证明．

28．在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 2．对于直线 l 和线段 BC，给出如下定义：若将线段 BC 关于直线 l 对称，可以得到⊙O 的弦 $B'C'$(B'，C' 分别是 B，C 的对应点)，则称线段 BC 是以直线 l 为轴的⊙O 的“关联线段”．例如，图 1 中线段 BC 是以直线 l 为轴的⊙O 的“关联线段”．



(图 1)



(图 2)

(1) 如图 2，点 B_1，C_1，B_2，C_2，B_3，C_3 的横、纵坐标都是整数．

①在线段 B_1C_1，B_2C_2，B_3C_3 中，以直线 l_1：$y = x + 4$ 为轴的⊙O 的“关联线段”是 _____；

②在线段 B_1C_1，B_2C_2，B_3C_3 中，存在以直线 l_2：$y = -x + b$ 为轴的⊙O 的“关联线段”，求 b 的值；

(2) 已知直线 l_3：$y = -\sqrt{3}x + m\ (m > 0)$ 交 x 轴于点 A．在△ABC 中，$AB = 6$，$BC = 2$，若线段 BC 是以直线 l_3 为轴的⊙O 的“关联线段”，直接写出 m 的最大值与最小值，以及相应的 AC 的长．

密 封 线 内 不 要 答 题