

北京市西城区九年级模拟测试试卷

数 学

2024.5

考
生
须
知

1. 本试卷共 8 页，共两部分，28 道题。满分 100 分。考试时间 120 分钟。
2. 在试卷和草稿纸上准确填写姓名、准考证号、考场号和座位号。
3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。
4. 在答题卡上，选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。
5. 考试结束，将本试卷、答案卡和草稿纸一并交回。

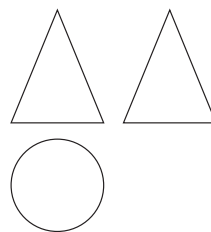
第一部分 选择题

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个。

1. 右图是某几何体的三视图，该几何体是

- (A) 圆柱 (B) 圆锥
(C) 三棱柱 (D) 长方体



2. 新能源革命受到全球瞩目的同时，也成为中国实现“碳达峰碳中和”目标的关键所在。2023 年全球可再生能源新增装机 510 000 000 千瓦，其中中国的贡献超过了 50%。将 510 000 000 用科学记数法表示应为

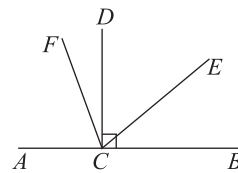
- (A) 0.51×10^9 (B) 5.1×10^8 (C) 5.1×10^9 (D) 51×10^7

3. 正十二边形的每一个外角的度数为

- (A) 30° (B) 36° (C) 144° (D) 150°

4. 如图，直线 $AB \perp CD$ 于点 C ，射线 CE 在 $\angle BCD$ 内部，射线 CF 平分 $\angle ACE$ 。若 $\angle BCE = 40^\circ$ ，则下列结论正确的是

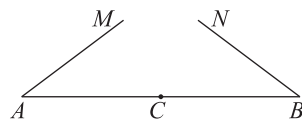
- (A) $\angle ECF = 60^\circ$
(B) $\angle DCF = 30^\circ$
(C) $\angle ACF$ 与 $\angle BCE$ 互余
(D) $\angle ECF$ 与 $\angle BCF$ 互补



5. 不透明的袋子里装有 3 个完全相同的小球，上面分别标有数字 4, 5, 6。随机从中摸出一个小球不放回，再随机摸出另一个小球。第一次摸出小球上的数字大于第二次摸出小球上的数字的概率是

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$

6. 如图, 点 C 为线段 AB 的中点, $\angle BAM = \angle ABN$, 点 D, E 分别在射线 AM, BN 上, $\angle ACD$ 与 $\angle BCE$ 均为锐角. 若添加一个条件一定可以证明 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$, 则这个条件不能是



- (A) $\angle ACD = \angle BCE$ (B) $CD = CE$
 (C) $\angle ADC = \angle BEC$ (D) $AD = BE$

7. 某农业合作社在春耕期间采购了 A, B 两种型号无人驾驶农耕机器. 已知每台 A 型机器的进价比每台 B 型机器进价的 2 倍少 0.7 万元; 采购相同数量的 A, B 两种型号机器, 分别花费了 21 万元和 12.6 万元. 若设每台 B 型机器的进价为 x 万元, 根据题意可列出关于 x 的方程为

- (A) $12.6x = 21(2x - 0.7)$ (B) $\frac{21}{x} = \frac{12.6}{2x - 0.7}$
 (C) $\frac{21}{2x - 0.7} = \frac{12.6}{x}$ (D) $\frac{21}{x} = 2 \times \frac{12.6}{x} - 0.7$

8. 下面问题中, y 与 x 满足的函数关系是二次函数的是

- ①面积为 10 cm^2 的矩形中, 矩形的长 y (cm) 与宽 x (cm) 的关系;
 ②底面圆的半径为 5 cm 的圆柱中, 侧面积 y (cm^2) 与圆柱的高 x (cm) 的关系;
 ③某商品每件进价为 80 元, 在某段时间内以每件 x 元出售, 可卖出 $(100 - x)$ 件. 利润 y (元) 与每件售价 x (元) 的关系.

- (A) ① (B) ② (C) ③ (D) ①③

第二部分 非选择题

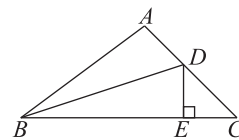
二、填空题 (共 16 分, 每题 2 分)

9. 若分式 $\frac{3}{x-4}$ 有意义, 则 x 的取值范围是_____.

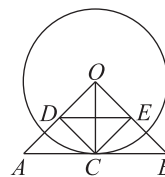
10. 分解因式: $2x^2y - 18y =$ _____.

11. 方程组 $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ x + 2y = 4 \end{cases}$ 的解为_____.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(3,1)$ 关于原点 O 的对称点的坐标为_____.

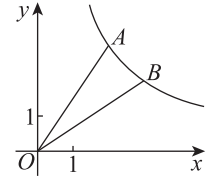


13. 如图, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, $DE \perp BC$ 于点 E . 若 $BE=3$, $\triangle BDE$ 的面积为 1.5 , 则点 D 到边 AB 的距离为_____.



14. 如图, AB 与 $\odot O$ 相切于点 C . 点 D, E 分别在 OA, OB 上, 四边形 $ODCE$ 为正方形. 若 $OA=2$, 则 $DE=$ _____.

15. 如图, $A(2, m)$, $B(3, 2)$ 两点在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 的图象上. 若将横、纵坐标都是整数的点称为整点, 则线段 OA , OB 及反比例函数图象上 A , B 两点之间的部分围成的区域 (不含边界) 中, 整点的坐标为_____.



16. 在某次比赛中, 5 位选手进入决赛环节, 决赛赛制为单循环形式 (每两位选手之间都赛一场). 每位选手胜一场得 3 分, 负一场得 0 分, 平局得 1 分. 已知这次比赛最终结果没有并列第一名, 获得第一名的选手的成绩记为 m (分), 则 m 的最小值为_____ ; 当获得第一名的选手的成绩恰好为最小值时, 决赛环节的平局总数至少为_____ 场.

三、解答题 (共 68 分, 第 17-21 题, 每题 5 分, 第 22-23 题, 每题 6 分, 第 24 题 5 分, 第 25-26 题, 每题 6 分, 第 27-28 题, 每题 7 分)

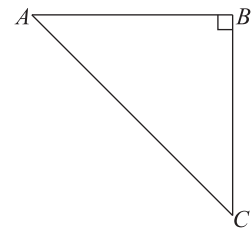
解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算: $4\cos 45^\circ - \sqrt{18} + |-\sqrt{2}| - (\pi + 3)^0$.

18. 解不等式组 $\begin{cases} 3x - 2 < x + 4, \\ x \geq \frac{2x - 3}{5}, \end{cases}$ 并写出它的所有整数解.

19. 已知 $x^2 + x - 3 = 0$, 求代数式 $(1 + \frac{3}{x-1}) \cdot \frac{3}{x^2 + 4x + 4}$ 的值.

20. 已知: 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $BA = BC$.



求作: 点 D , 使得点 D 在 $\triangle ABC$ 内, 且 $\angle ADB = \frac{1}{2} \angle BDC$.

下面是小华的解答过程, 请补充完整:

(1) 使用直尺和圆规, 依作法补全图形 (保留作图痕迹):

① 作线段 BC 的垂直平分线 PQ 交 BC 于点 E ;

② 以点 A 为圆心, AB 长为半径作弧, 与直线 PQ 在 $\triangle ABC$ 内交于点 D .

点 D 就是所求作的点.

(2) 完成下面的证明.

证明: 连接 DA , DB , DC .

\because 点 D 在线段 BC 的垂直平分线上,

$\therefore DB = DC$ (_____) (填推理的依据),

$DE \perp BC$.

$\therefore \angle BDE = \angle CDE = \frac{1}{2} \angle BDC$.

$\because \angle ABC = 90^\circ$, $\angle DEC = 90^\circ$,

$\therefore \angle ABC = \angle DEC$.

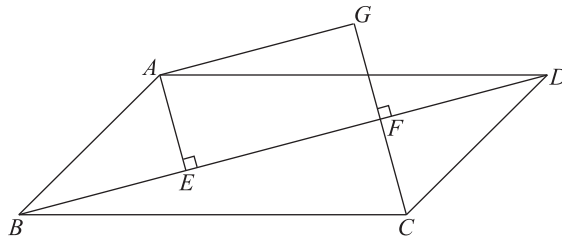
$$\begin{aligned} \therefore AB &\parallel DE. \\ \therefore \angle ABD &= \angle BDE. \\ \therefore \underline{\hspace{2cm}}, \\ \therefore \angle ADB &= \angle \underline{\hspace{2cm}}. \\ \therefore \angle ADB &= \angle BDE = \frac{1}{2} \angle BDC. \end{aligned}$$

21. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + k - 2 = 0$ 有两个不相等的实数根.

- (1) 求实数 k 的取值范围;
- (2) 若 k 为满足条件的最大整数, 求此时方程的根.

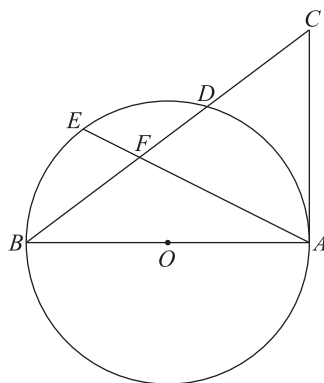
22. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, $AE \perp BD$ 于点 E , $CG \perp BD$ 于点 F , $FG = CF$, 连接 AG .

- (1) 求证: 四边形 $AEFG$ 是矩形;
- (2) 若 $\angle ABD = 30^\circ$, $AG = 2AE = 6$, 求 BD 的长.



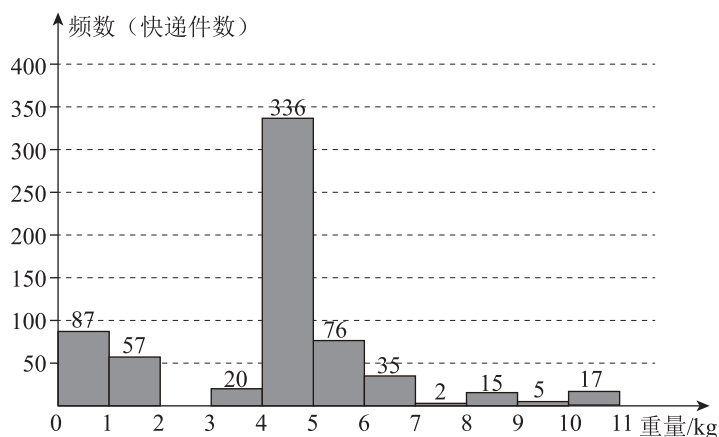
23. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, BC 交 $\odot O$ 于点 D , 点 E 是 \widehat{BD} 的中点, 连接 AE 交 BC 于点 F , $\angle ACB = 2\angle EAB$.

- (1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 若 $BF = 6$, $\cos C = \frac{3}{5}$, 求 AB 的长.



24. 我国快递市场繁荣活跃，某快递公司为提高服务质量，对公司的业务量、公众满意度等数据进行统计分析. 公司随机抽取了某日发往相邻城市的快递中的 1000 件，称重并记录每件快递的重量（单位：kg，精确到 0.1）. 下面给出了部分信息.

a. 每件快递重量的频数分布直方图（数据分成 11 组： $0 \leq x < 1$ ， $1 \leq x < 2$ ， $2 \leq x < 3$ ， $3 \leq x < 4$ ， $4 \leq x < 5$ ， $5 \leq x < 6$ ， $6 \leq x < 7$ ， $7 \leq x < 8$ ， $8 \leq x < 9$ ， $9 \leq x < 10$ ， $10 \leq x < 11$ ）；



b. 在 $3 \leq x < 4$ 这一组的数据如下：

3.0 3.1 3.1 3.2 3.2 3.2 3.4 3.4 3.4 3.4
3.5 3.5 3.5 3.5 3.6 3.6 3.7 3.7 3.8 3.9

c. 这 1000 件快递重量的平均数、中位数、众数如下：

	平均数	中位数	众数
快递重量 (单位: kg)	3.6	m	n

根据以上信息，回答下列问题：

- (1) 补全频数分布直方图；
- (2) 写出 m 的值；
- (3) 下面四个结论中，
 - ① n 的值一定在 $2 \leq x < 3$ 这一组；
 - ② n 的值可能在 $4 \leq x < 5$ 这一组；
 - ③ n 的值不可能在 $5 \leq x < 6$ 这一组；
 - ④ n 的值不可能在 $8 \leq x < 9$ 这一组.
 所有正确结论的序号是_____；
- (4) 该日此快递公司在全市揽收的快递包裹中有 3800 件发往相邻城市，估计这批快递的重量.

25. 已知角 x ($0^\circ \leq x \leq 90^\circ$), 探究 $\sin x$ 与角 x 的关系.

两个数学兴趣小组的同学在查阅资料后, 分别设计了如下两个探究方案:

方案一: 如图, 点 P 在以点 O 为圆心, 1 为半径的 \widehat{MN} 上, $\angle MON=90^\circ$, 设 $\angle POM$ 的度数为 x . 作 $PC \perp OM$ 于点 C , 则线段 ① 的长度 c 即为 $\sin x$ 的值.

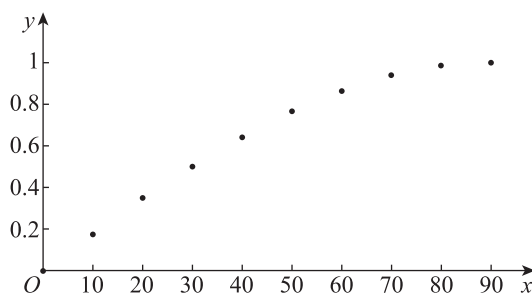
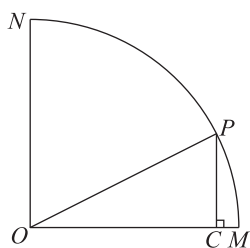
方案二: 用函数 $F(x) = \frac{\pi x}{180} - \frac{1}{6} \left(\frac{\pi x}{180}\right)^3 + \frac{1}{120} \left(\frac{\pi x}{180}\right)^5$ 的值近似代替 $\sin x$ 的值. 计算函数

$F(x)$ 的值, 并在平面直角坐标系 xOy 中描出坐标为 $(x, F(x))$ 的点.

两个小组同学汇总、记录的部分探究数据如下表所示 (精确到 0.001).

若 $|c - F(x)| \leq 0.001$ 记为 \checkmark , 否则记为 \times .

x	0	10	20	30	40	45	50	60	70	80	90
c	0	0.174	0.342	②	0.643	0.707	0.766	0.866	0.940	0.985	1
$F(x)$	0	0.174	0.342	0.500	0.643	0.707	0.766	0.866	0.941	0.987	1.005
\checkmark 或 \times	\checkmark	\checkmark	\checkmark		\checkmark	\checkmark	\checkmark	\checkmark	\checkmark	\times	



根据以上信息, 解决下列问题:

(1) ①为____, ②为____;

(2) 补全表中的 \checkmark 或 \times ;

(3) 画出 $F(x)$ 关于 x 的函数图象, 并写出 $\sin 55^\circ$ 的近似值 (精确到 0.01).

26. 在平面直角坐标系 xOy 中, $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 上任意两点. 设抛物线的对称轴是 $x = t$.

(1) 若对于 $x_1 = 2$, $x_2 = -1$, 有 $y_1 = y_2$, 求 t 的值;

(2) 若对于 $x_1 \geq 2$, 都有 $y_1 < c$ 成立, 并且对于 $x_2 > 1$, 存在 $y_2 > c$, 求 t 的取值范围.

27. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle ACB=90^\circ$ ， $\angle BAC=\alpha$ ($0^\circ < \alpha < 30^\circ$)。将射线 AB 绕点 A 顺时针旋转 2α 得到射线 l ，射线 l 与直线 BC 的交点为点 M 。在直线 BC 上截取 $MD=AB$ (点 D 在点 M 右侧)，将直线 DM 绕点 D 顺时针旋转 2α 所得直线交直线 AM 于点 E 。
- (1) 如图 1，当点 D 与点 B 重合时，补全图形并求此时 $\angle AED$ 的度数；
- (2) 当点 D 不与点 B 重合时，依题意补全图 2，用等式表示线段 ME 与 BC 的数量关系，并证明。

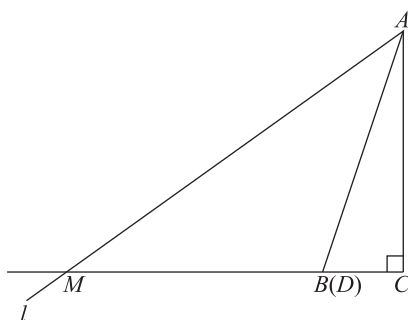


图 1

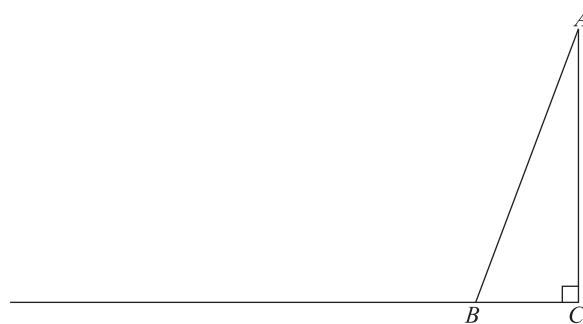


图 2

28. 如图 1, 对于 $\odot O$ 外的线段 PQ (线段 PQ 上的各点均在 $\odot O$ 外) 和直线 PQ 上的点 R , 给出如下定义: 若线段 PQ 绕点 R 旋转某一角度得到的线段 $P'Q'$ 恰好是 $\odot O$ 的弦, 则称点 R 为线段 PQ 关于 $\odot O$ 的“割圆点”.

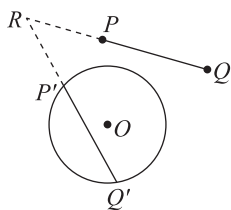


图 1

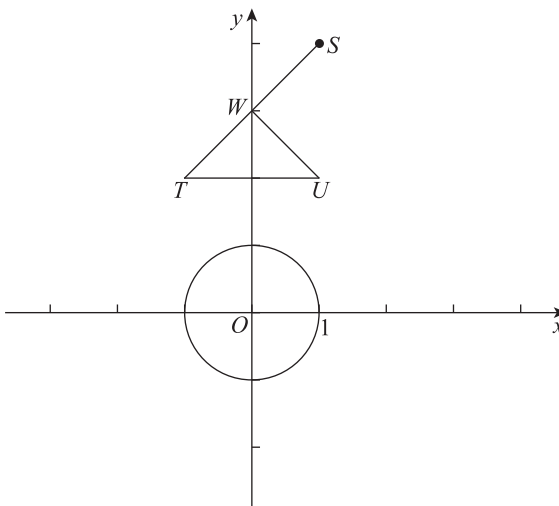


图 2

在平面直角坐标系 xOy 中, $\odot O$ 的半径为 1.

- (1) 如图 2, 已知点 $S(1,4)$, $T(-1,2)$, $U(1,2)$, $W(0,3)$. 在线段 ST , TU , UW 中, 存在关于 $\odot O$ 的“割圆点”的线段是_____, 该“割圆点”的坐标是_____;
- (2) 直线 $y = x + b$ 经过点 $W(0,3)$, 与 x 轴的交点为点 V . 点 P , 点 Q 都在线段 VW 上, 且 $PQ = \sqrt{2}$. 若线段 PQ 关于 $\odot O$ 的“割圆点”为点 R , 写出点 R 的横坐标 x_R 的取值范围;
- (3) 直线 l 经过点 $H(1, \sqrt{3})$, 不重合的四个点 A, B, C, D 都在直线 l 上, 且点 H 既是线段 AB 关于 $\odot O$ 的“割圆点”, 又是线段 CD 关于 $\odot O$ 的“割圆点”. 线段 AB , CD 的中点分别为点 M, N , 记线段 MN 的长为 d , 写出 d 的取值范围.