北 京 市 西 城 区 九 年 级 模 拟 测 试 试 卷

数学答案及评分参考 2024.5

一、选择题（共 16 分，每题 2 分）

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	B	A	D	A	B	C	C

二、填空题（共 16 分，每题 2 分）

9．$x \neq 4$　　10．$2y(x+3)(x-3)$　　11．$\begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$　　12．$(-3,-1)$

13．1　　14．$\sqrt{2}$　　15．$(1,1)$，$(2,2)$　　16．6；4

三、解答题（共 68 分，第 17-21 题，每题 5 分，第 22-23 题，每题 6 分，第 24 题 5 分，第 25-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

17．解：$4\cos 45° - \sqrt{18} + \left|-\sqrt{2}\right| - (\pi+3)^0$

$= 4 \times \dfrac{\sqrt{2}}{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{2} - 1$ ………………………… 4 分

$= -1$． ………………………… 5 分

18．解：原不等式组为 $\begin{cases} 3x-2 < x+4, & ① \\ x \geqslant \dfrac{2x-3}{5}. & ② \end{cases}$

解不等式①，得 $x < 3$． ………………………… 1 分

解不等式②，得 $x \geqslant -1$． ………………………… 2 分

∴ 原不等式组的解集为 $-1 \leqslant x < 3$． ………………………… 3 分

∴ 原不等式组的所有整数解为 -1，0，1，2． ………………………… 5 分

19．解：$(1+\dfrac{3}{x-1}) \cdot \dfrac{3}{x^2+4x+4}$

$= \dfrac{x+2}{x-1} \cdot \dfrac{3}{(x+2)^2}$

$= \dfrac{3}{(x-1)(x+2)}$

$= \dfrac{3}{x^2+x-2}$． ………………………… 3 分

∵ $x^2+x-3=0$，

∴ $x^2+x=3$．

∴ 原式 $=3$． ………………………… 5 分

20．解：（1）作图见图 1．…………………………………………………………2 分

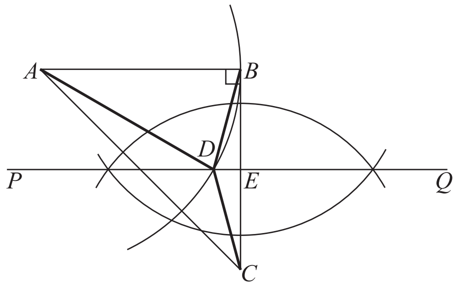


图 1

（2）线段垂直平分线上的点与这条线段两个端点的距离相等；……………… 3 分

AB=*AD*；………………………………………………………………… 4 分

ABD．……………………………………………………………………… 5 分

21．解：（1）依题意，得 $\Delta = 3^2 - 4(k-2) = 17 - 4k$．………………………… 1 分

∵ 原方程有两个不相等的实数根，

∴ $17 - 4k > 0$．…………………………………………………………2 分

解得 $k < \dfrac{17}{4}$．……………………………………………………………3 分

（2）∵ k 为满足条件的最大整数，

∴ $k = 4$．

此时方程为 $x^2 + 3x + 2 = 0$．

此时方程的根为 $x_1 = -1$，$x_2 = -2$．…………………………………5 分

22．（1）证明：如图 2．

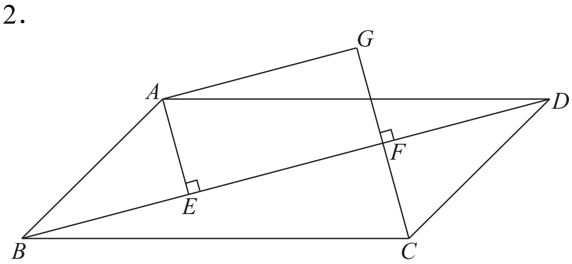


图 2

∵ 四边形 *ABCD* 是平行四边形，

∴ *AB*//*CD*，*AB*=*CD*．…………………………………………………… 1 分

∴ ∠*ABE*=∠*CDF*．

∵ *AE*⊥*BD* 于点 *E*，*CG*⊥*BD* 于点 *F*，

∴ ∠*AEB*=∠*CFD*=∠*AEF*=∠*EFC*=90°．

∴ △*ABE*≌△*CDF*．

∴ $AE=CF$．

∵ $FG=CF$，

∴ $AE=FG$．

∵ $\angle AEF=\angle EFC$，

∴ $AE//FG$．

∴ 四边形 $AEFG$ 是平行四边形．

∵ $\angle AEF=90°$，

∴ 四边形 $AEFG$ 是矩形． ………………………………………………… 3 分

（2）解：∵ $\triangle ABE\cong\triangle CDF$，

∴ $BE=DF$．

∵ $AG=2AE=6$，

∴ $AE=3$．

在 Rt$\triangle ABE$ 中，$\angle AEB=90°$，$\angle ABE=30°$，$AE=3$，

∴ $BE=\dfrac{AE}{\tan\angle ABE}=\dfrac{3}{\tan 30°}=3\sqrt{3}$． ………………………………………… 4 分

∵ 四边形 $AEFG$ 是矩形，$AG=6$，

∴ $EF=AG=6$． ………………………………………………………………… 5 分

∴ $BD=BE+EF+DF=2BE+EF=6\sqrt{3}+6$． ……………………………… 6 分

23．（1）证明：如图 3，连接 AD．

∵ AB 是⊙O 的直径，BC 交⊙O 于点 D，

∴ $\angle BDA=90°$．

∴ $\angle B+\angle DAB=90°$．

∵ 点 E 是 $\overset{\frown}{BD}$ 的中点，

∴ $\overset{\frown}{BE}=\overset{\frown}{ED}$．

∴ $\angle EAB=\angle 1$．

∴ $\angle DAB=\angle EAB+\angle 1=2\angle EAB$．

∵ $\angle ACB=2\angle EAB$，

∴ $\angle DAB=\angle ACB$．

∴ $\angle B+\angle ACB=90°$．

∴ $\angle BAC=90°$． ……………………………………………………………… 2 分

∴ $AC\perp AB$．

∵ AB 是⊙O 的直径，

∴ AC 是⊙O 的切线． ………………………………………………………… 3 分

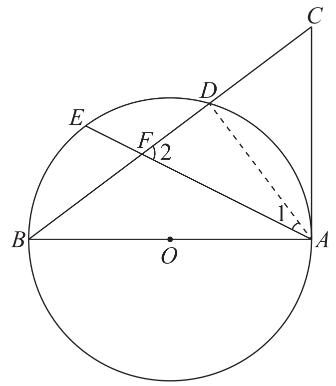


图 3

（2）解：在 Rt△ABC 中，$\angle BAC$=90°，$\cos C=\frac{3}{5}$.

设 AC =3k，则 BC =5k，AB =4k.

∵ $\angle B+\angle DAB=90°$，$\angle CAD+\angle DAB=90°$，

∴ $\angle B=\angle CAD$.

∵ $\angle 2=\angle B+\angle EAB$，$\angle CAF=\angle CAD+\angle 1$，$\angle EAB=\angle 1$，

∴ $\angle 2=\angle CAF$.

∴ CF=AC=3k.

∴ $BF=BC-CF=2k$.

∵ BF =6，

∴ k =3.

∴ $AB=4k=12$. ………………………………………………………… 6 分

24．解：（1）补全频数分布直方图见图 4；…………………………………………… 1 分

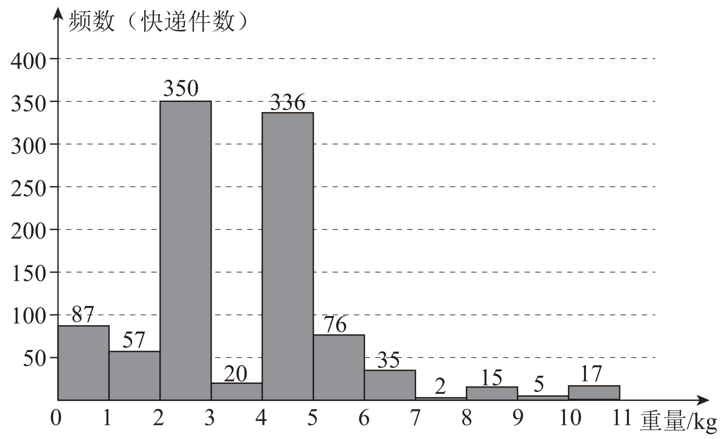


图 4

（2）3.3；………………………………………………………………… 2 分

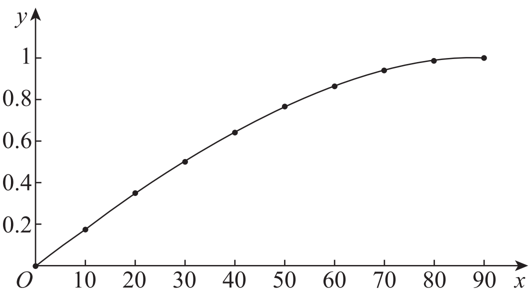
（3）②④；……………………………………………………………… 4 分

（4）$3.6\times 3800=13680$（kg）. ……………………………………………5 分

25．解：（1）PC，0.5； ………………………………………………………… 2 分

（2）√，×；……………………………………………………………… 4 分

（3）画图见图 5；



…………… 5 分

图 5

0.82．……………………………………………………………………… 6 分

26．解：（1）∵ 对于 $x_1=2$，$x_2=-1$，有 $y_1=y_2$，

∴ $4a+2b+c=a-b+c$．

∴ $b=-a$．

∴ $t=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1}{2}$．……………………………………………………………2 分

（2）由题意可知，抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 与 y 轴的交点为 $(0,c)$．

①当 $a>0$ 时，抛物线开口向上．

∴ 当 $x_1\geqslant 2$ 时，y_1 有最小值，没有最大值．

∴ 与“对于 $x_1\geqslant 2$ 时，都有 $y_1<c$”不符，所以不合题意．

∴ $a>0$ 不成立．

②当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，且经过点 $(0,c)$，$(2t,c)$．

若抛物线经过点 $(1,c)$，则 $t=\dfrac{1}{2}$；

若抛物线经过点 $(2,c)$，则 $t=1$．

（i）当 $t\leqslant\dfrac{1}{2}$ 时，

$t\leqslant 0<1$ 或 $0<t<2t\leqslant 1$．

∴ 对于 $x_2>1$，都有 $y_2<c$．

与“对于 $x_2>1$，存在 $y_2>c$”不符，所以不合题意．

（ii）当 $\dfrac{1}{2}<t<1$ 时，$t<1<2t<2$．

∴ 对于 $x_2>1$，存在 $y_2>c$，

对于 $x_1\geqslant 2$，都有 $y_1<c$．

∴ $\dfrac{1}{2}<t<1$ 成立．

（iii）当 $t\geqslant 1$ 时，$0<2\leqslant 2t$．

∴ 当 $x_1=2$ 时，$y_1>c$．

与“对于 $x_1\geqslant 2$，都有 $y_1<c$ 成立”不符，所以不合题意．

综上所述，$\dfrac{1}{2}<t<1$．…………………………………… 6 分

27．解：（1）补全图形见图 6．

∵ 点 D 与点 B 重合，$MD=AB$，$\angle BAM=2\alpha$，

∴ $\angle AMD=\angle BAM=2\alpha$．

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，

∴ $\angle AMD+\angle MAC=90°$．

∵ $\angle BAC=\alpha$，

∴ $\angle AMD+\angle BAM+\angle BAC=5\alpha=90°$．

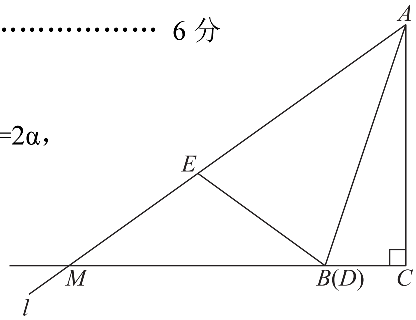


图 6

解得 $\alpha=18°$.

∵ $\angle MDE=2\alpha$，

∴ $\angle AED=\angle AMD+\angle MDE=2\alpha+2\alpha=4\alpha=72°$. ………………………………… 2 分

（2）补全图形见图 7. ……………………………………………………………………………… 3 分

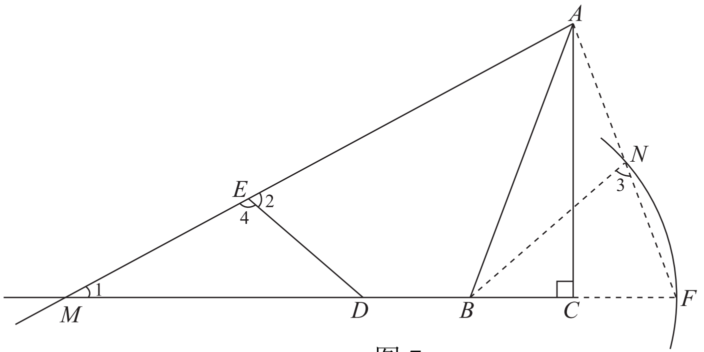


图 7

$ME=2BC$. ……………………………………………………………………………………………… 4 分

证明：如图 7，在 BC 的延长线上截取 $CF=BC$，连接 AF. 以点 B 为圆心，BF 为半径作弧，交 AF 于点 N，连接 BN.

∵ $CF=BC$，$\angle ACB=90°$，

∴ $AB=AF$.

∴ $\angle BAN=2\angle BAC=2\alpha$.

∵ $\angle MDE=2\alpha$，

∴ $\angle MDE=\angle BAN$.

∴ 在等腰△ABF 中，$\angle F=\dfrac{180°-\angle BAF}{2}=90°-\alpha$.

∵ $BN=BF$，

∴ $\angle 3=\angle F=90°-\alpha$.

在 Rt△AMC 中，$\angle 1=90°-\angle MAC=90°-3\alpha$.

∴ $\angle 2=\angle 1+\angle MDE=(90°-3\alpha)+2\alpha=90°-\alpha$.

∴ $\angle 2=\angle 3$.

∵ $\angle 4=180°-\angle 2$ ，$\angle BNA=180°-\angle 3$ ，

∴ $\angle 4=\angle BNA$.

∵ $DM=AB$，

∴ $\triangle DME\cong\triangle ABN$.

∴ $ME=BN$.

∵ $BN=BF$，

∴ $ME=BF=2BC$. ………………………………………………………………7 分

28．解：（1）UW，$(2,1)$ ；……………………………………………………………………2 分

（2）$x_R\leqslant -2$ 或 $x_R\geqslant -1$；……………………………………………………………… 4 分

（3）$0<d<2-\sqrt{3}$ 或 $2\sqrt{3}<d\leqslant 4$. …………………………………………………… 7 分