东城区 2023—2024 学年度第一学期期末统一检测

初 三 数 学

2024.1

学校__________ 班级__________ 姓名__________ 教育 ID 号__________

考生须知	1. 本试卷共 8 页，共三道大题，28 道小题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。 2. 在试卷和答题卡上准确填写学校、班级、姓名和教育 ID 号。 3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效。 4. 在答题卡上选择题、作图题用 2B 铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答。 5. 考试结束后，请将答题卡交回。

一、选择题(每题 2 分，共 16 分)

1. 下列四个交通标志图案中，是中心对称图形的是


A


B


C


D

2. 若 $x=3$ 是关于 x 的方程 $x^2-2x-m=0$ 的一个根，则 m 的值是

A. -15　　B. -3　　C. 3　　D. 15

3. 关于二次函数 $y=2(x-1)^2+2$，下列说法正确的是

A. 当 $x=1$ 时，有最小值为 2　　B. 当 $x=1$ 时，有最大值为 2

C. 当 $x=-1$ 时，有最小值为 2　　D. 当 $x=-1$ 时，有最大值为 2

4. 在下列事件中，随机事件是

A. 投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数不超过 6

B. 从装满红球的袋子中随机摸出一个球，是白球

C. 通常情况下，自来水在 10℃ 结冰

D. 投掷一枚质地均匀的骰子，向上一面的点数为 2

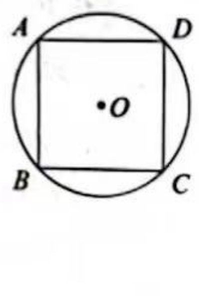
5. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 6，且顶点 A,B,C,D 都在⊙O 上，则⊙O 的半径为

A. 3

B. 6

C. $3\sqrt{2}$

D. $6\sqrt{2}$



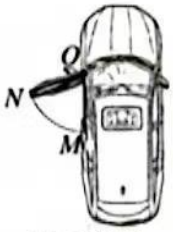
6. 北京 2022 年冬奥会以后，冰雪运动的热度持续. 某地滑雪场第一周接待游客7 000 人，第三周接待游客 8 470 人. 设该地滑雪场游客人数的周平均增长率为 x，根据题意，下面所列方程正确的是

A. $7\ 000(1+x)^2=8\ 470$　　B. $7\ 000x^2=8\ 470$

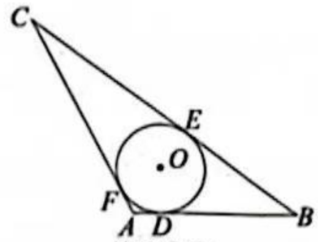
C. $7\ 000(1+2x)=8\ 470$　　D. $7\ 000(1+x)^3=8\ 470$

7. 如图，某汽车车门的底边长为 1 m，车门侧开后的最大角度为 72°. 若将一扇车门侧开，则这扇车门底边扫过区域的最大面积是

A. $\frac{\pi}{10}$ m²　　B. $\frac{\pi}{5}$ m²　　C. $\frac{2\pi}{5}$ m²　　D. $\frac{4\pi}{5}$ m²



第 7 题图



第 8 题图

8. 如图，⊙O 是△ABC 的内切圆，与 AB，BC，AC 分别相切于点 D，E，F. 若⊙O 的半径为 2，$AB=6$，$AC=8$，$BC=12$，则△ABC 的面积为

A. $12\sqrt{3}$　　B. 24　　C. 26　　D. 52

二、填空题(每题 2 分，共 16 分)

9. 把抛物线 $y=2x^2$ 向下平移 3 个单位长度，所得到的抛物线的解析式为________.

10. 若一元二次方程 $x^2+6x-1=0$ 经过配方，变形为 $(x+3)^2=n$ 的形式，则 n 的值为________.

11. 为了解某品种小麦的发芽率，某农业合作小组在相同条件下对该小麦做发芽试验，试验数据如下表：

种子个数 n	5	50	100	200	500	1 000	2 000	3 000
发芽种子个数 m	4	44	92	189	476	951	1 898	2 851
发芽种子频率 $\frac{m}{n}$	0.800	0.880	0.920	0.945	0.952	0.951	0.949	0.950

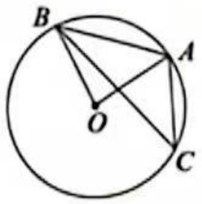
(1)估计该品种小麦在相同条件下发芽的概率为________(结果保留两位小数)；

(2)若在相同条件下播种该品种小麦 10 000 个，则约有________个能发芽.

12. 在平面直角坐标系 xOy 中，已知点 A 的坐标为(1，2)，点 B 与点 A 关于原点对称，则点 B 的坐标为________.

13. 已知二次函数 $y=-x^2+8x+3$，当 $x>m$ 时，y 随 x 的增大而减小，则 m 的值可以是________（写出一个即可）.

14. 如图，A，B，C 是⊙O 上的三个点，若 $\angle ACB=40°$，则 $\angle OBA$ 的大小是________°.



15. 如图 1，一名男生推铅球，铅球的运动路线近似是抛物线的一部分. 铅球出手位置的高度为 $\frac{5}{3}$ m，当铅球行进的水平距离为 4 m 时，高度达到最大值 3 m. 铅球的行进高度 y（单位：m）与水平距离 x（单位：m）之间的关系满足二次函数. 若以最高点为原点，过原点的水平直线为 x 轴，建立如图 2 所示的平面直角坐标系 xOy，该二次函数的解析式为 $y=-\frac{1}{12}x^2$. 若以过出手点且与地面垂直的直线为 y 轴，y 轴与地面的交点为原点，建立如图 3 所示的平面直角坐标系 xOy，则该二次函数的解析式为________.

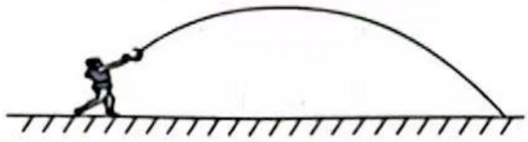


图 1

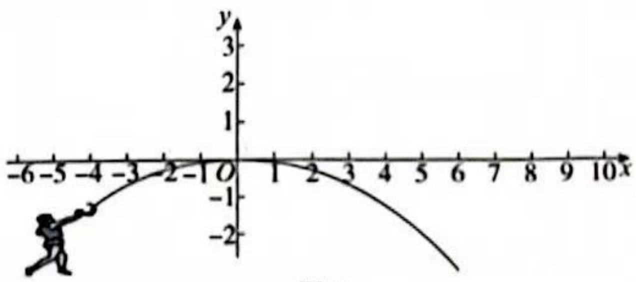


图 2

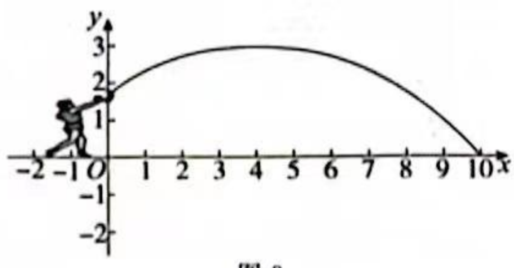


图 3

16. 某单位承担了一项施工任务，完成该任务共需 A，B，C，D，E，F，G 七道工序. 施工要求如下：

①先完成工序 A，B，C，再完成工序 D，E，F，最后完成工序 G；

②完成工序 A 后方可进行工序 B，工序 C 可与工序 A，B 同时进行；

③完成工序 D 后方可进行工序 E，工序 F 可与工序 D，E 同时进行；

④完成各道工序所需时间如下表所示：

工序	A	B	C	D	E	F	G
所需时间/天	11	15	28	17	16	31	25

(1)在不考虑其它因素的前提下，该施工任务最少________天完成；

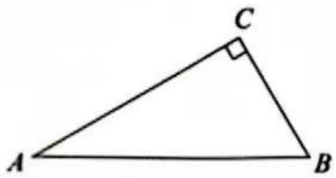
(2)现因情况有变，需将工期缩短到 80 天. 工序 A，C，D 每缩短 1 天需增加的投入分别为5 万元，4 万元，6 万元，其余工序所需时间不可缩短，则所增加的投入最少是________万元.

三、解答题(共 68 分，17－21 题，每题 5 分，22 题 6 分，23 题 5 分，24－26 题，每题 6 分，27－28 题，每题 7 分)

17. 解方程：$3x(x+1)=2(x+1)$.

18. 如图，在 Rt△ACB 中，$\angle C=90°$.

求作：⊙O，使得△ACB 的三个顶点都在⊙O 上.



作法：

①作边 AB 的垂直平分线，交 AB 于点 O；

②以点 O 为圆心，OA 长为半径作圆.

则⊙O 为所求作的圆.

(1)利用直尺和圆规，补全图形(保留作图痕迹)；

(2)完成下面的证明.

证明：连接 OC.

由作图可知，$OB=OA=\frac{1}{2}AB$.

∴点 B 在⊙O 上.

在 Rt△ACB 中，$\angle ACB=90°$，

∴$OC=\frac{1}{2}$________(________________________)(填推理依据).

∴$OC=OA$.

∴点 C 在⊙O 上.

∴△ACB 的三个顶点都在⊙O 上.

19. 在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象过点 $A(3,3)$.

(1)求该二次函数的解析式；

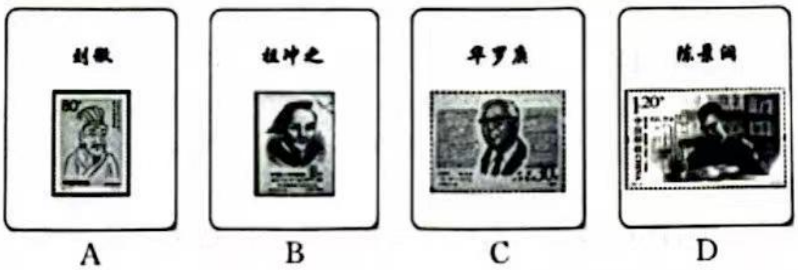
(2)用描点法画出该二次函数的图象；

(3)当 $0<x<3$ 时，对于 x 的每一个值，都有 $kx>x^2+bx$，直接写出 k 的取值范围.

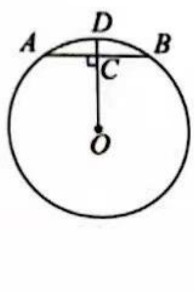
20. 某班开展“讲数学家故事”的活动. 下面是印有四位中国数学家纪念邮票图案的卡片 A，B，C，D，卡片除图案外其它均相同. 将四张卡片背面朝上，洗匀后放在桌面上，小明同学从中随机抽取两张，讲述卡片上数学家的故事.

(1)请写出小明抽到的两张卡片所有可能出现的结果；

(2)求小明抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案的概率.



21. 如图，AB 是⊙O 的弦，半径 $OD\perp AB$ 于点 C. 若 $AB=16$，$CD=2$，求⊙O 的半径的长.



22. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-(2m+1)x+m^2-2=0$.

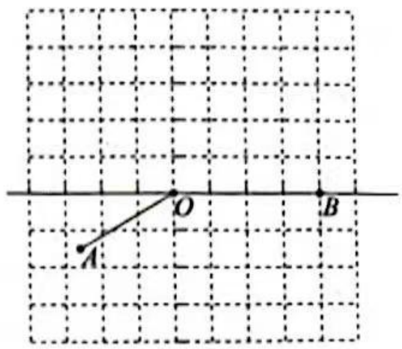
(1)当该方程有两个不相等的实数根时，求 m 的取值范围；

(2)当该方程的两个实数根互为相反数时，求 m 的值.

23. 如图，在边长均为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中，O，B 为格点(每个小正方形的顶点叫做格点)，$OA=3$，$OB=4$，且 $\angle AOB=150°$. 线段 OA 关于直线 OB 对称的线段为 OA'，将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 45°得到线段 OB'.

(1)画出线段 OA'，OB'；

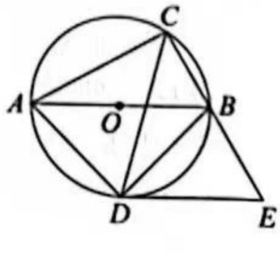
(2)将线段 OB 绕点 O 逆时针旋转 α($45°<\alpha<90°$)得到线段 OC'，连接 $A'C'$. 若 $A'C'=5$，求 $\angle B'OC'$ 的度数.



24. 如图，AB 为⊙O 的直径，点 C 在⊙O 上，$\angle ACB$ 的平分线 CD 交⊙O 于点 D，过点 D 作 $DE\parallel AB$，交 CB 的延长线于点 E.

(1)求证：直线 DE 是⊙O 的切线；

(2)若 $\angle BAC=30°$，$BC=2\sqrt{2}$，求 CD 的长.



25. 食用果蔬前，适当浸泡可降低农药的残留．某小组针对同种果蔬研究了不同浸泡方式对某种农药去除率的影响．

方式一：采用清水浸泡．

记浸泡时间为 t 分钟，农药的去除率为 $y_1\%$，部分实验数据记录如下：

t(分)	5	8	10	12	15	20
y_1(%)	30	50	57	52	37	33

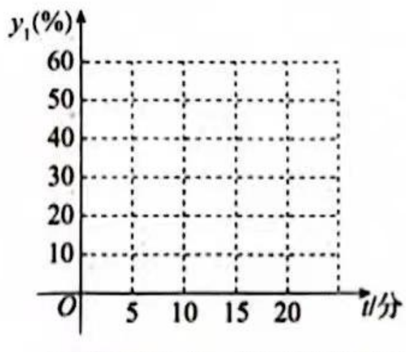
方式二：采用不同浓度的食用碱溶液浸泡相同时间．

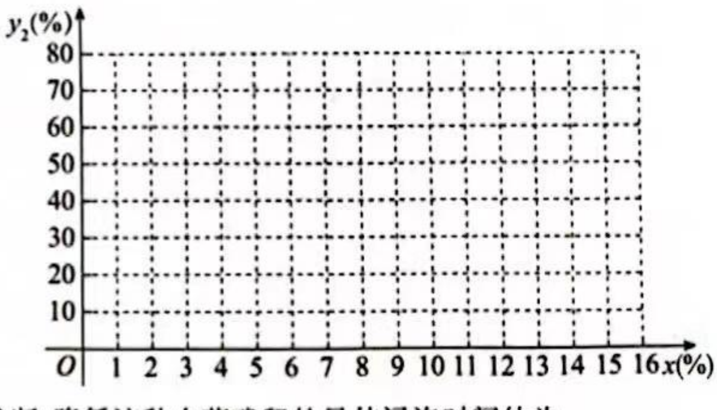
记食用碱溶液的浓度为 $x\%$，农药的去除率为 $y_2\%$，部分实验数据记录如下：

x(%)	2	5	7	10	12	15
y_2(%)	43	52	57	76	57	25

结合实验数据和结果，解决下列问题：

(1)通过分析以上实验数据，发现可以用函数刻画方式一中农药的去除率 y_1(%)与浸泡时间 t(分)之间的关系，方式二中农药的去除率 y_2(%)与食用碱溶液的浓度 x(%)之间的关系，请分别在下面的平面直角坐标系中画出这两个函数的图象；





(2)利用方式一的函数关系可以推断，降低该种农药残留的最佳浸泡时间约为________分钟；

(3)利用方式一和方式二的函数关系可以推断，用食用碱溶液浸泡含该种农药的这种果蔬时，要想不低于清水浸泡的最大去除率，食用碱溶液的浓度 $x\%$ 中，x 的取值范围可以是________．

26. 在平面直角坐标系 xOy 中，点$(2,c)$在抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$上，设该抛物线的对称轴为直线 $x=t$．

(1)求 t 的值；

(2)已知 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$是该抛物线上的任意两点，对于 $m<x_1<m+1$，$m+1<x_2<m+2$，都有 $y_1<y_2$，求 m 的取值范围．

27. 在$\triangle ABC$中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，D为BC上一点，连接DA，将线段DA绕点D顺时针旋转$60°$得到线段DE.

(1)如图1，当点D与点B重合时，连接AE，交BC于点H，求证：$AE\perp BC$；

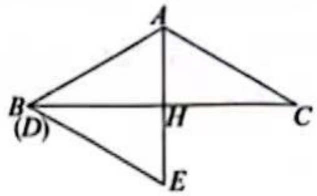


图1

(2)当$BD\neq CD$时(图2中$BD<CD$，图3中$BD>CD$)，F为线段AC的中点，连接EF. 在图2，图3中任选一种情况，完成下列问题：

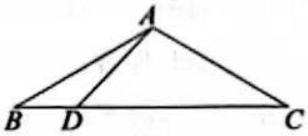


图2

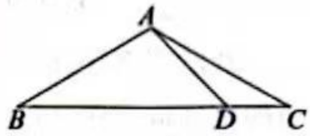


图3

①依题意，补全图形；

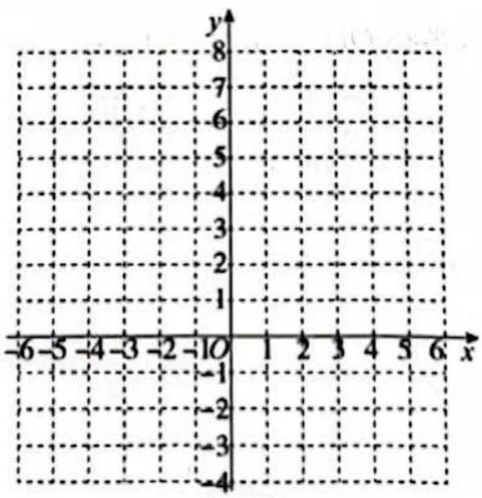
②猜想$\angle AFE$的大小，并证明.

28. 在平面直角坐标系xOy中，已知点P和直线l_1，l_2，点P关于直线l_1，l_2"和距离"的定义如下：若点P到直线l_1，l_2的距离分别为d_1，d_2，则称d_1+d_2为点P关于直线l_1，l_2的"和距离"，记为d. 特别地，当点P在直线l_1上时，$d_1=0$；当点P在直线l_2上时，$d_2=0$.

(1)在点$P_1(3,0)$，$P_2(-1,2)$，$P_3(4,-1)$中，关于x轴和y轴的"和距离"为3的点是________；

(2)若P是直线$y=-x+3$上的动点，则点P关于x轴和y轴的"和距离"d的最小值为________；

(3)已知点$A(0,3)$，$\odot A$的半径为1. 若P是$\odot A$上的动点，直接写出点P关于x轴和直线$y=\sqrt{3}x+6$的"和距离"d的取值范围.



备用图