东城区2023—2024学年度第一学期期末统一检测

初三数学参考答案及评分标准

2024.1

一、选择题(每题2分,共16分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8
答案	B	C	A	D	C	A	B	C

二、填空题(每题2分,共16分)

9. $y=2x^2-3$　10. 10　11. (1)0.95　(2)9 500　12. $(-1,-2)$　13. 答案不唯一,$m\geqslant4$即可

14. 50　15. $y=-\frac{1}{12}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$　16. (1)86　(2)38

三、解答题(共68分,17—21题,每题5分,22题6分,23题5分,24—26题,每题6分,27—28题,每题7分)

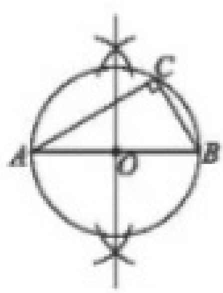
17. 解:移项,得 $3x(x+1)-2(x+1)=0$.

因式分解,得 $(x+1)(3x-2)=0$. ……………………………… 1分

于是得 $x+1=0$,或 $3x-2=0$. ……………………………… 3分

所以方程的两个根分别为 $x_1=-1, x_2=\frac{2}{3}$. ……………………………… 5分

18. 解:(1)作图如下,



……………………………… 3分

(2)AB　直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半 ……………………………… 5分

19. 解:(1)∵点 $A(3,3)$ 在二次函数 $y=x^2+bx$ 的图象上,

∴$3=3^2+3b$.

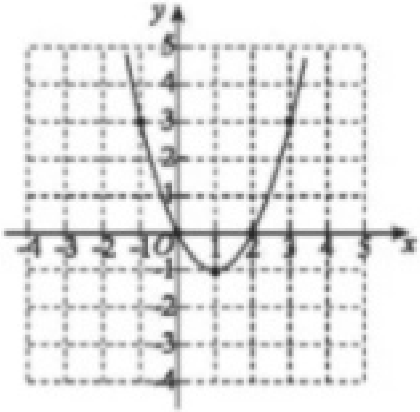
解得 $b=-2$.

∴该二次函数的解析式为 $y=x^2-2x$. ……………………………… 2分

(2)列表:

x	…	-1	0	1	2	3	…
y	…	3	0	-1	0	3	…

描点，连线：



……………………………… 4分

(3)$k\geqslant 1$. ……………………………… 5分

20. 解：(1)所有可能出现的结果共6种：AB，AC，AD，BC，BD，CD. ……………………………… 3分

(2)记抽到的两张卡片中恰好有数学家华罗庚邮票图案为事件M，M包含的结果有3种，即AC，BC，CD，且6种可能的结果出现的可能性相等.

所以$P(M)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$. ……………………………… 5分

21. 解：连接OA.

∵半径$OD\perp AB$于点C，$AB=16$，

∴$\angle ACO=90^\circ$，$AC=\frac{1}{2}AB=8$. ……………………………… 2分

设$OA=r$，则$OC=r-2$.

在$Rt\triangle AOC$中，根据勾股定理，得$OA^2=AC^2+OC^2$，

即$r^2=8^2+(r-2)^2$. ……………………………… 4分

解得$r=17$.

∴⊙O的半径的长为17. ……………………………… 5分

22. 解：(1)∵关于x的一元二次方程$x^2-(2m+1)x+m^2-2=0$有两个不相等的实数根，

∴$\Delta=[-(2m+1)]^2-4(m^2-2)=4m^2+4m+1-4m^2+8=4m+9>0$. ……………………………… 2分

解得$m>-\frac{9}{4}$.

∴m的取值范围是$m>-\frac{9}{4}$. ……………………………… 3分

(2)由(1)可知，$\Delta=4m+9$.

由求根公式，得$x_1=\frac{(2m+1)+\sqrt{\Delta}}{2}$，$x_2=\frac{(2m+1)-\sqrt{\Delta}}{2}$. ……………………………… 5分

∵该方程的两个实数根互为相反数，

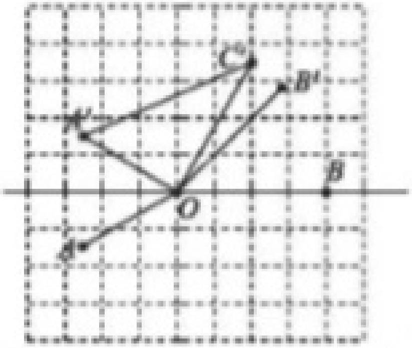
∴$x_1+x_2=0$.

∴$\frac{(2m+1)+\sqrt{\Delta}}{2}+\frac{(2m+1)-\sqrt{\Delta}}{2}=2m+1=0$.

解得$m=-\frac{1}{2}$，符合题意.

∴当方程的两个实数根互为相反数时，$m=-\frac{1}{2}$. ……………………………… 6分

23. 解：(1)如图.



…………………………………………… 2分

(2)如图，在$\triangle A'OC'$中，$OA'=OA=3$，$OC'=OB=4$，$A'C'=5$，

$\therefore A'C'^2=OA'^2+OC'^2$.

$\therefore \triangle A'OC'$是直角三角形.

$\therefore \angle A'OC'=90°$. …………………………………………………………………… 3分

$\because \angle AOB=150°$，OA'与OA关于直线OB对称，

$\therefore \angle A'OB=150°$. …………………………………………………………………… 4分

$\therefore \angle C'OB=60°$，即$\alpha=60°$.

$\therefore \angle B'OC'=\angle C'OB-\angle B'OB=60°-45°=15°$. …………………………………… 5分

24. (1)证明：如图1，连接OD.

$\because AB$是$\odot O$的直径，

$\therefore \angle ACB=90°$.

$\because CD$平分$\angle ACB$，

$\therefore \angle ACD=\angle BCD=45°$. ………………………………………………… 1分

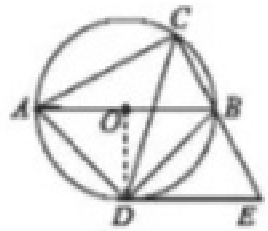


图1

$\therefore \angle ABD=\angle ACD=45°$.

$\because OD=OB$，

$\therefore \angle ODB=\angle OBD=45°$. ……………………………………………………………… 2分

$\because DE /\!/ AB$，

$\therefore \angle BDE=\angle OBD=45°$.

$\therefore \angle ODE=\angle ODB+\angle BDE=90°$.

$\therefore OD\perp DE$.

$\because OD$为$\odot O$的半径，

$\therefore$直线DE是$\odot O$的切线. …………………………………………………………… 3分

(2)解：如图2，过点B作$BF\perp CD$于点F，

$\therefore \angle BFC=\angle BFD=90°$.

$\because \angle BCD=45°$.

$\therefore \angle CBF=45°$.

$\therefore BF=CF$. …………………………………………………………………… 4分

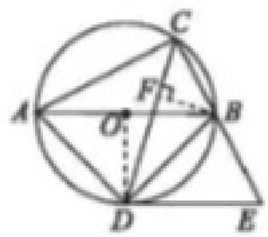


图2

在$Rt\triangle BFC$中，$BC=2\sqrt{2}$，

根据勾股定理，得$BF=CF=2$.

$\because \overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BC}$，

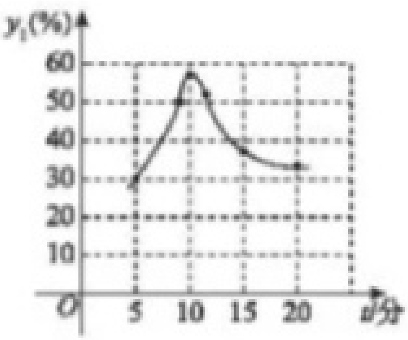
$\therefore \angle CDB=\angle BAC=30^\circ$. ………………………………………………………………… 5分

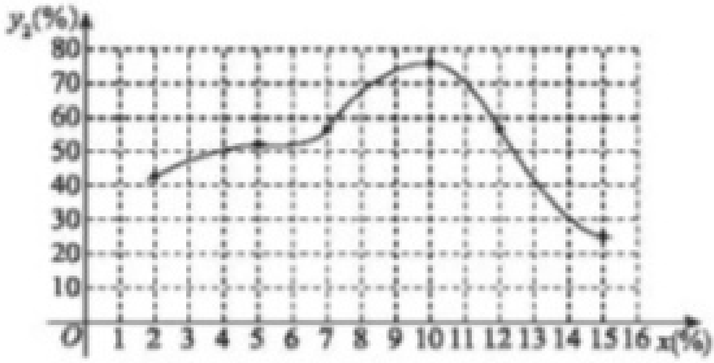
$\therefore BD=2BF=4$，

在 $Rt\triangle BFD$ 中，根据勾股定理，得 $DF=2\sqrt{3}$.

$\therefore CD=CF+DF=2+2\sqrt{3}$. ………………………………………………………………… 6分

25. 解：(1)画图如下，





……… 2分

(2)10 ………………………………………………………………………………………… 4分

(3)答案不唯一，如 $7\leqslant x\leqslant 12$ ………………………………………………………… 6分

26. 解：(1)由题意可知，$4a+2b+c=c$，

$\therefore b=-2a$.

$\therefore t=-\dfrac{b}{2a}=1$. ………………………………………………………………………… 2分

(2)$\because a>0, t=1$，

$\therefore$当 $x\geqslant 1$ 时，y 随 x 的增大而增大；当 $x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小. ……………… 3分

①当 $m\geqslant 1$ 时，

$\because m<x_1<m+1, m+1<x_2<m+2$，

$\therefore 1<x_1<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$，符合题意. ………………………………………………………………… 4分

②当 $\dfrac{1}{2}\leqslant m<1$ 时，$\dfrac{3}{2}\leqslant m+1<2$.

(ⅰ)当 $1\leqslant x_1<m+1$ 时，

$\because m+1<x_2<m+2$，

$\therefore 1\leqslant x_1<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$.

(ⅱ)当 $m<x_1<1$ 时，设 $M(x_1, y_1)$ 关于抛物线对称轴 $x=1$ 的对称点为 $M'(x_0, y_1)$，则 $x_0-1=1-x_1$.

$\therefore x_0=2-x_1$.

$\because \dfrac{1}{2}\leqslant m<1$，

$\therefore 1<x_0<\dfrac{3}{2}$.

$\because \dfrac{3}{2}\leqslant m+1<2, m+1<x_2<m+2$，

$\therefore x_2>\frac{3}{2}$.

$\therefore 1<x_0<\frac{3}{2}<x_2$.

$\therefore y_1<y_2$.

$\therefore$当$\frac{1}{2}\leqslant m<1$时，符合题意. ………………………………………………………………………………… 5分

③当$0\leqslant m<\frac{1}{2}$时，$1\leqslant m+1<\frac{3}{2}$，

令$x_1=\frac{1}{2}$，$x_2=\frac{3}{2}$，则$y_1=y_2$，不符合题意.

④当$-\frac{1}{2}\leqslant m<0$时，$\frac{1}{2}\leqslant m+1<1$，

令$x_1=0$，$x_2=1$，则$x_1<x_2=1$，

$\therefore y_1>y_2$，不符合题意.

⑤当$-1\leqslant m<-\frac{1}{2}$时，$0\leqslant m+1<\frac{1}{2}$.

令$x_1=-\frac{1}{2}$，$x_2=1$，则$x_1<x_2=1$.

$\therefore y_1>y_2$，不符合题意.

⑥当$m<\ 1$时，$x_1<x_2<m+2<1$，

$\therefore y_1>y_2$，不符合题意.

综上所述，m的取值范围是$m\geqslant\frac{1}{2}$. ………………………………………………………………… 6分

27.(1)证明：$\because AB=AC$，$\angle BAC=120^\circ$，

$\therefore \angle ABC=\angle C=30^\circ$.

$\because$将线段DA绕点D顺时针旋转60°得到线段DE，

$\therefore DE=DA$，$\angle ADE=60^\circ$.

$\therefore \triangle ADE$是等边三角形.

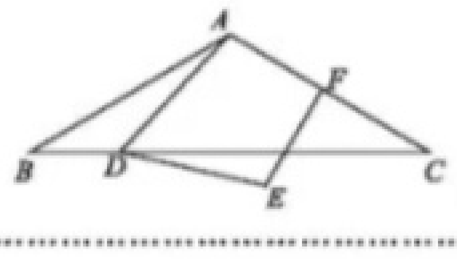
$\therefore \angle BAE=60^\circ$.

$\therefore \angle AHB=90^\circ$.

$\therefore BC\perp AE$. ………………………………………………………………………………………… 3分

(2)解：选择图2：

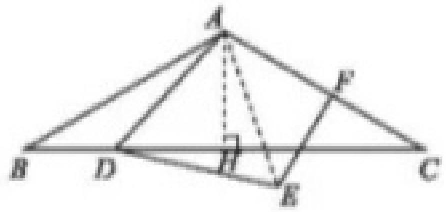
①补全图形如图所示：



…………………………… 4分

②猜想$\angle AFE=90^\circ$. ………………………………………………………………………………… 5分

证明：如图，过点A作$AH\perp BC$于点H，连接AE.



则$\angle AHB=\angle AHC=90^\circ$.

$\because AB=AC, \angle BAC=120^\circ$,

$\therefore \angle CAH=\frac{1}{2}\angle BAC=60^\circ, \angle C=30^\circ$.

$\therefore AH=\frac{1}{2}AC$.

$\because F$ 为线段 AC 中点，

$\therefore AF=\frac{1}{2}AC$.

$\therefore AH=AF$.

由(1)可知$\triangle ADE$是等边三角形.

$\therefore \angle DAE=60^\circ=\angle CAH, AD=AE$.

$\therefore \angle DAH=\angle EAF$.

在$\triangle ADH$和$\triangle AEF$中，

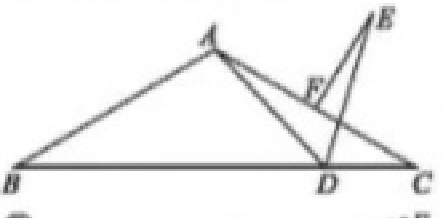
$$\begin{cases} AD=AE, \\ \angle DAH=\angle EAF, \\ AH=AF, \end{cases}$$

$\therefore \triangle ADH \cong \triangle AEF$(SAS).

$\therefore \angle AFE=\angle AHD=90^\circ$. …………………………………………………… 7 分

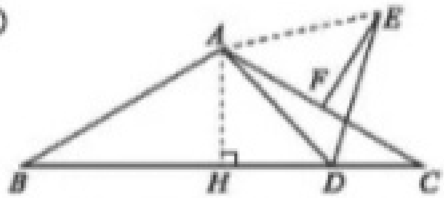
选择图 3：

①补全图形如图所示：



…………………………………………………………………………………… 4 分

②



(选择图 3 的答案与选择图 2 的答案一致)

28. 解：(1)P_1 和 P_2. …………………………………………………………………… 2 分

(2)3. ………………………………………………………………………………………… 4 分

(3)$\frac{7}{2}\leqslant d\leqslant\frac{11}{2}$. …………………………………………………………………… 7 分