# 丰台区2023年九年级学业水平考试综合练习（二）

# 数 学 试 卷

2023. 05

| 考生须知 | 1. 本试卷共8页，共三道大题，28道小题. 满分100分. 考试时间120分钟.<br>2. 在试卷和答题卡上认真填写学校名称、班级、姓名和考号.<br>3. 试题答案一律填涂或书写在答题卡上，在试卷上作答无效.<br>4. 选择题和作图题用2B铅笔作答，其他试题用黑色字迹签字笔作答.<br>5. 考试结束，将本试卷和答题卡一并交回. |
|---|---|

## 第一部分　选择题

一、选择题（共16分，每题2分）

第1-8题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

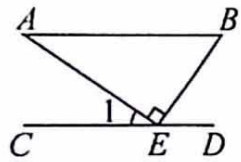
1. 右图是某几何体的展开图，该几何体是



（A）圆柱　　（B）三棱柱

（C）圆锥　　（D）球

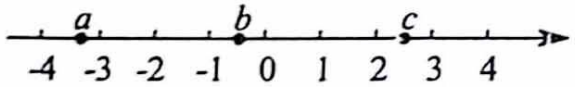
2. 如图，$AB \parallel CD$，点$E$为$CD$上一点，$AE \perp BE$，若$\angle B=55°$，则$\angle 1$的度数为




（A）35°　　（B）45°

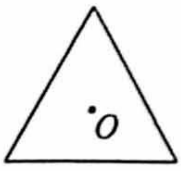
（C）55°　　（D）65°

3. 实数$a$，$b$，$c$在数轴上的对应点的位置如图所示，则正确的结论是




（A）$a>c$　　（B）$|b|>1$　　（C）$-b<c$　　（D）$ac>0$

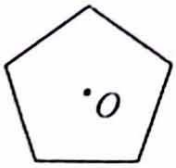
4. 以下图形绕点$O$旋转一定角度后都能与原图形重合，其中旋转角最小的是



（A）



（B）



（C）



（D）

5. 已知$3.5^2=12.25$，$3.6^2=12.96$，$3.7^2=13.69$，$3.8^2=14.44$，那么$\sqrt{13}$精确到0.1的近似值是

（A）3.5　　（B）3.6　　（C）3.7　　（D）3.8

6. 掷一枚质地均匀的硬币 $m$ 次，正面向上 $n$ 次，则 $\frac{n}{m}$ 的值

（A）一定是 $\frac{1}{2}$　　（B）一定不是 $\frac{1}{2}$

（C）随着 $m$ 的增大，越来越接近 $\frac{1}{2}$　　（D）随着 $m$ 的增大，在 $\frac{1}{2}$ 附近摆动，呈现一定的稳定性

7. 我国明代数学读本《算法统宗》一书中有这样一道题：一支竿子一条索，索比竿子长一托，对折索子来量竿，却比竿子短一托，索和竿子各几何？（1 托为 5 尺）其大意为：现有一根竿和一条绳索，如果用绳索去量竿，绳索比竿长 5 尺，如果将绳索对折后再去量竿，就比竿短 5 尺，那么绳索和竿各长几尺？设绳索长为 $x$ 尺，竿长为 $y$ 尺，根据题意列方程组，正确的是

（A）$\begin{cases} x-y=5, \\ y-\frac{1}{2}x=5 \end{cases}$　（B）$\begin{cases} x-y=5, \\ \frac{1}{2}x-y=5 \end{cases}$　（C）$\begin{cases} y-x=5, \\ x-2y=5 \end{cases}$　（D）$\begin{cases} x-y=5, \\ y-2x=5 \end{cases}$

8. 下面三个问题中都有两个变量：

①如图 1，货车匀速通过隧道（隧道长大于货车长），货车在隧道内的长度 $y$ 与从车头进入隧道至车尾离开隧道的时间 $x$；

②如图 2，实线是王大爷从家出发匀速散步行走的路线（圆心 $O$ 表示王大爷家的位置），他离家的距离 $y$ 与散步的时间 $x$；

③如图 3，往空杯中匀速倒水，倒满后停止，一段时间后，再匀速倒出杯中的水，杯中水的体积 $y$ 与所用时间 $x$

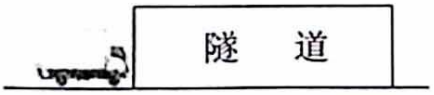



图 1

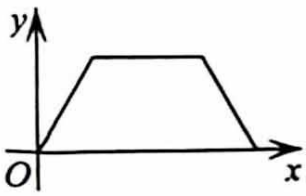



图 2



图 3

其中，变量 $y$ 与 $x$ 之间的函数关系大致符合右图的是




（A）①②　　（B）①③

（C）②③　　（D）①②③

## 第二部分　非选择题

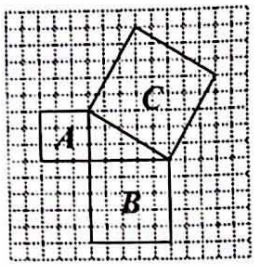
**二、填空题（共 16 分，每题 2 分）**

9. 若 $\sqrt{x-5}$ 在实数范围内有意义，则实数 $x$ 的取值范围是_____.

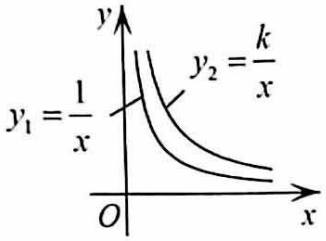
10. 分解因式：$3x^2-3y^2=$_____.

11. 正十边形的外角和为_____°.

12. 如图所示，正方形网格中，三个正方形 $A$，$B$，$C$ 的顶点都在格点上，用等式表示三个正方形的面积 $S_A$，$S_B$，$S_C$ 之间的关系_____.




13. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，反比例函数 $y_1=\frac{1}{x}$（$x>0$）和 $y_2=\frac{k}{x}$（$x>0$）的图象如图所示，$k$ 的值可以是_____（写出一个即可）.




14. 若 $a-b=2$，则代数式 $\frac{a^2}{a-b}+\frac{b^2-2ab}{a-b}$ 的值为_____.

15. 右图是某书店 2022 年 7 月至 12 月教育类图书销售额占当月全部图书销售额的百分比折线统计图. 小华认为，8 月份教育类图书销售额比 7 月份减少了. 他的结论_____（填“正确”或“错误”），理由是_____.




16. 甲地组织 20 辆汽车装运食品、药品、生活用品三种物资共 100 吨到乙地. 每辆汽车可装运物资的运载量和每吨所需运费如下表.

| 物资种类 | 食品 | 药品 | 生活用品 |
|---|---|---|---|
| 每辆汽车运载量/吨 | 6 | 5 | 4 |
| 每吨所需运费/元 | 120 | 160 | 100 |

如果 20 辆汽车都要装运，每辆汽车只能装运同一种物资且必须装满，每种物资至少装运 1 辆车，那么总运费最少的车辆安排方案为：装运食品、药品、生活用品的汽车辆数依次是_____，此时总运费为_____元.

三、解答题（共 68 分，第 17-21，23 题，每题 5 分，第 22，24-26 题，每题 6 分，第 27-28 题，每题 7 分）

解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17. 计算：$2\sin 30^\circ + (-1)^3 - \sqrt{8} + (\frac{1}{2})^{-1}$.

18. 解方程：$\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x+1} = 1$.

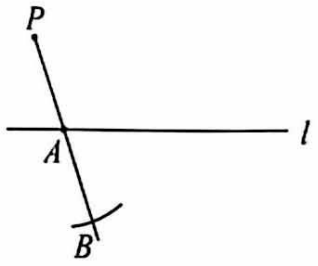
19. 下面是过直线外一点，作已知直线的平行线的两种方法. 请选择一种作法，使用直尺和圆规，补全图形（保留作图痕迹），并完成证明.

已知：如图，直线 $l$ 及直线 $l$ 外一点 $P$.

求作：直线 $PQ$，使得 $PQ \parallel l$.




作法一：如图，




①在直线 $l$ 上取一点 $A$，作射线 $PA$，以点 $A$ 为圆心，$AP$ 长为半径画弧，交 $PA$ 的延长线于点 $B$；

②在直线 $l$ 上取一点 $C$（不与点 $A$ 重合），作射线 $BC$，以点 $C$ 为圆心，$CB$ 长为半径画弧，交 $BC$ 的延长线于点 $Q$；

③作直线 $PQ$.

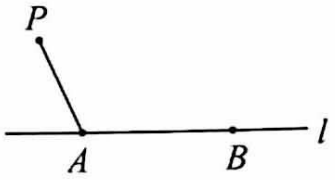
所以直线 $PQ$ 就是所求作的直线.

证明：∵$AB$ =_____，$CB$ =_____，

∴$PQ \parallel l$（_____）

（填推理的依据）.

作法二：如图，




①在直线 $l$ 上取两点 $A$，$B$，连接 $AP$；

②分别以点 $P$，点 $B$ 为圆心，$AB$，$AP$ 的长为半径画弧，两弧在 $l$ 上方交于点 $Q$；

③作直线 $PQ$.

所以直线 $PQ$ 就是所求作的直线.

证明：连接 $BQ$.

∵$AP$ =_____，$AB$ =_____，

∴四边形 $APQB$ 是平行四边形

（_____）（填推理的依据）.

∴$PQ \parallel l$（_____）

（填推理的依据）.

20. 已知关于 $x$ 的一元二次方程 $x^2-2mx+m^2-4=0$.

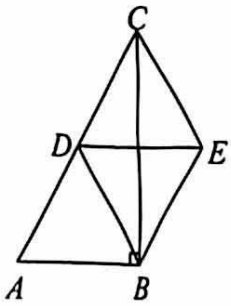
(1) 求证：该方程总有两个不相等的实数根；

(2) 选择一个 $m$ 的值，使得方程至少有一个正整数根，并求出此时方程的根.

21. 如图，在△$ABC$ 中，$\angle ABC=90°$，点 $D$ 为 $AC$ 的中点，连接 $DB$，过点 $C$ 作 $CE//DB$，且 $CE=DB$，连接 $BE$，$DE$.

(1) 求证：四边形 $BECD$ 是菱形；

(2) 连接 $AE$，当 $\angle ACB=30°$，$AB=2$ 时，求 $AE$ 的长.




22. 某校兴趣小组在学科实践活动中，从市场上销售的 A，B 两个品种的花生仁中各随机抽取 30 粒，测量其长轴长度，然后对测量数据进行了收集、整理和分析. 下面是部分信息.




a. 两种花生仁的长轴长度统计表：

| 花生仁长轴长度（mm） | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A 品种花生仁粒数 | 5 | 10 | 6 | 7 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| B 品种花生仁粒数 | 0 | 0 | 2 | 3 | 6 | 4 | 5 | 4 | 4 | 2 |

b. 两种花生仁的长轴长度的平均数、中位数、众数、方差如下：

| | 平均数 | 中位数 | 众数 | 方差 |
|---|---|---|---|---|
| A 品种花生仁 | $a$ | 13.5 | $c$ | 1.4 |
| B 品种花生仁 | 17.5 | $b$ | 16 | 3.9 |

根据以上信息，回答下列问题：

(1) 兴趣小组的同学在进行抽样时，以下操作正确的是_____（填序号）；

①从数量足够多的两种花生仁中挑取颗粒大的各 30 粒；

②将数量足够多的两种花生仁分别放在两个不透明的袋子中，摇匀后从中各取出 30 粒；

(2) 写出 $a$，$b$，$c$ 的值；

（3）学校食堂准备从 A，B 两个品种的花生仁中选购一批做配菜食材，根据菜品质量要求，花生仁大小要均匀，那么兴趣小组应向食堂推荐选购_____（填“A”或“B”）品种花生仁，理由是_____.

23. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，一次函数 $y=kx+b$ 的图象经过点（2，0），（3，1）.

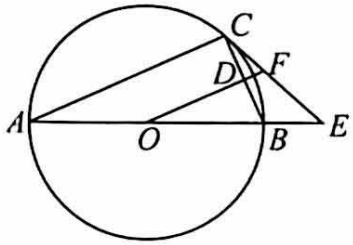
（1）求这个一次函数的表达式；

（2）当 $x>m$ 时，对于 $x$ 的每一个值，正比例函数 $y=mx$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 $m$ 的取值范围.

24. 如图，$\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆，$AB$ 是 $\odot O$ 的直径，点 $D$ 是 $BC$ 的中点，点 $E$ 是 $AB$ 的延长线上的一点，$\angle BCE=\angle BOD$，$OD$ 的延长线交 $CE$ 于点 $F$.

（1）求证：$CE$ 是 $\odot O$ 的切线；

（2）若 $\sin E=\frac{2}{3}$，$AC=5$，求 $DF$ 的长.




25. 学校新建的体育器材室的一面外墙如图 1 所示，它的轮廓由抛物线和矩形 $ABCD$ 构成. 数学兴趣小组要为器材室设计一个矩形标牌 $EFGH$，要求矩形 $EFGH$ 的顶点 $E$，$H$ 在抛物线上，顶点 $F$，$G$ 在矩形 $ABCD$ 的边 $AD$ 上. 为了设计面积最大的矩形 $EFGH$，兴趣小组对矩形 $EFGH$ 的面积与它的一边 $FG$ 的长之间的关系进行研究.

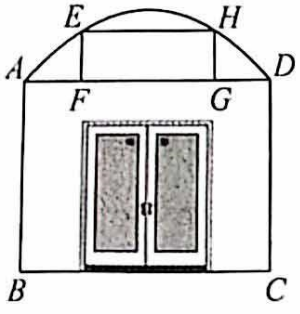



图 1

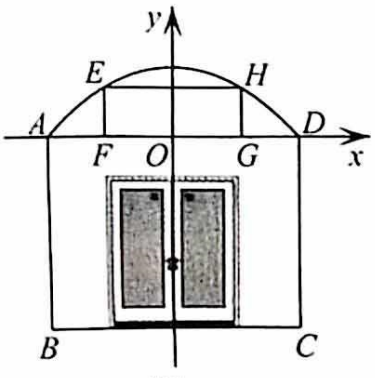



图 2

**具体研究过程如下，请补充完整.**

**（1）建立模型：**

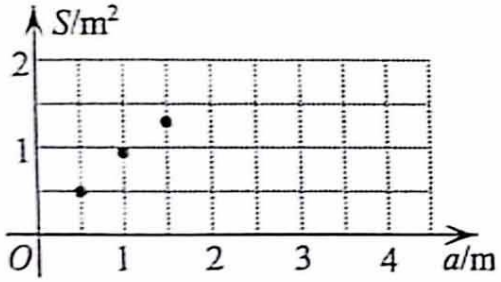
以 $FG$ 的中点为坐标原点，建立如图 2 所示的平面直角坐标系 $xOy$，通过研究发现，抛物线满足函数关系 $y=-\frac{1}{4}x^2+1$（$-2\leqslant x\leqslant 2$）. 设矩形 $EFGH$ 的面积为 $S$ m$^2$，$FG$ 的长为 $a$ m，则另一边 $HG$ 的长为_____m（用含 $a$ 的代数式表示），得到 $S$ 与 $a$ 的关系式为：_____（$0<a<4$）；

**（2）探究函数：**

列出 $S$ 与 $a$ 的几组对应值：

| $a$ / m | … | 0.5 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 2.5 | 3.0 | 3.5 | … |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $S$ / m$^2$ | … | 0.49 | 0.94 | 1.29 | 1.50 | 1.52 | 1.31 | 0.82 | … |

在下面的平面直角坐标系中，描出表中各组数值对应的点，并画出该函数的图象；




**（3）解决问题：**

结合函数图象得到，$FG$ 的长约为_____m 时，矩形面积最大.

26. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点（4，3）在抛物线 $y=ax^2+bx+3$（$a\neq 0$）上.

（1）求抛物线的对称轴；

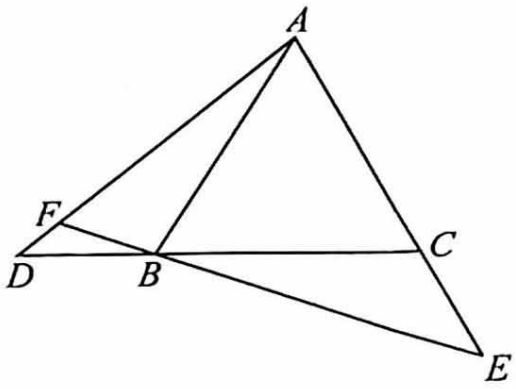
（2）若点（$x_1$，5），（$x_2$，-3）在抛物线上，求 $a$ 的取值范围；

（3）若点（$m$，$y_1$），（$m+1$，$y_2$）在抛物线上，对于任意的 $m\geqslant 3$，都有 $|y_2-y_1|\geqslant 3$，直接写出 $a$ 的取值范围.

27. 如图，在等边△$ABC$ 中，点 $D$，$E$ 分别在 $CB$，$AC$ 的延长线上，且 $BD=CE$，$EB$ 的延长线交 $AD$ 于点 $F$.

（1）求∠$AFE$ 的度数；

（2）延长 $EF$ 至点 $G$，使 $FG=AF$，连接 $CG$ 交 $AD$ 于点 $H$. 依题意补全图形，猜想线段 $CH$ 与 $GH$ 的数量关系，并证明.




28. 对于⊙$W$ 和⊙$W$ 的弦 $PQ$，以 $PQ$ 为边的正方形为 $PQ$ 关于⊙$W$ 的“关联正方形”. 在平面直角坐标系 $xOy$ 中，已知点 $T$（$m$，0），点 $M$（$m$，−1），以点 $T$ 为圆心，$TM$ 的长为半径作⊙$T$，点 $N$ 为⊙$T$ 上的任意一点（不与点 $M$ 重合）.

（1）当 $m=0$ 时，若直线 $y=x+t$ 上存在点在 $MN$ 关于⊙$T$ 的“关联正方形”上，求 $t$ 的取值范围；

（2）若点 $A$ 在 $MN$ 关于⊙$T$ 的“关联正方形”上，点 $B$（$-m+2$，3）与点 $A$ 的最大距离为 $d$，当 $d$ 取最小值时，直接写出此时 $m$ 和 $d$ 的值.