

多元变量专项：

1. 已知正数 x, y, z 满足 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ，则 $S = \frac{1+z}{xy} + \frac{1}{z}$ 的最小值是()
- A. $2+3\sqrt{2}$ B. $3+2\sqrt{2}$ C. $3+2\sqrt{3}$ D. $4+3\sqrt{2}$
2. 已知 a, b, c, d 均为正实数，且 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = c^2 + d^2 = 2$ ，则 $a + \frac{b}{cd}$ 的最小值为()
- A. 3 B. $2\sqrt{2}$ C. $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{3+2\sqrt{2}}{2}$
3. 已知实数 a, b, c 满足 $a+b+c=9$ ， $ab+bc+ca=24$ ，则 b 的取值范围是_____.
4. 已知实数 a, b, c 满足 $a+b+c=0$ ， $a^2+b^2+c^2=2$ ，则 a 的取值范围是_____.
5. 已知实数 a, b, c 满足 $a+b+c=1$ ， $a^2+b^2+c^2=1$ ，则 $a+b$ 的取值范围是()
- A. $[-1,1]$ B. $\left[-\frac{1}{3}, 0\right]$ C. $\left[0, \frac{4}{3}\right]$ D. $[0,2]$
6. 已知实数 a, b, c 满足 $a+b+c=1$ ， $a^2+b^2+c^2=1$ ，则 $a^3+b^3+c^3$ 的最小值是()
- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{5}{9}$ C. $\frac{7}{9}$ D. 1
7. 已知三个互不相同的实数 a, b, c 满足 $a+b+c=1$ ， $a^2+b^2+c^2=3$ ，则 abc 的取值范围为_____.
8. 已知实数 a, b, c 满足 $a^2+b^2+c^2=1$ ，则 $ab+bc+ca$ 的取值范围是
- A. $(-\infty, 1]$ B. $[-1, 1]$ C. $[-\frac{1}{2}, 1]$ D. $[-\frac{1}{4}, 1]$
9. 设实数 a, b, c ，满足 $\begin{cases} 5b \geq 2(a+c), \\ b^2 = ac, \\ a > 0, \end{cases}$ 若 $\frac{5a+8b+4c}{a+b}$ 的最大值和最小值分别为 M, m ，则 $M+m$ 的值为()
- A. 9 B. $\frac{32}{3}$ C. $\frac{49}{3}$ D. 19
10. 若 $a, b, c > 0$ ，且 $a^2+2ab+2ac+4bc=12$ ，则 $a+b+c$ 的最小值是.
- A. $2\sqrt{3}$ B. 3 C. 2 D. $\sqrt{3}$
11. 设 $a > b > c > 0$ ，则 $2a^2 + \frac{1}{ab} + \frac{1}{a(a-b)} - 10ac + 25c^2$ 取得最小值时， a 的值为()
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. 4 D. $2\sqrt{5}$

12. 若 x, y, z 均为正实数，则 $\frac{xy+yz}{x^2+2y^2+z^2}$ 的最大值为（ ）

- A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

13. 已知正数 x, y, z 满足 $3x^2+2y^2+z^2=1$ ，则 $s=\frac{1+z}{xyz}$ 的最小值为_____.

14. 已知实数 a, b, c 满足 $a^2+4b^2+2c^2=5$ ，则 $2ab+3c$ 的最大值为_____.

15. 已知实数 a, b, c 满足 $a^2+b^2+2c^2=1$ ，则 $ab+c$ 的最小值是_____.

16. 已知实数 a, b, c, d 满足 $a+b+c+d=3$ ， $a^2+2b^2+3c^2+6d^2=5$ ，则 a 的最大值最小值分别为_____、_____.

17. 已知正实数 a, b, c 满足 $a^2-ab+4b^2-c=0$ ，当 $\frac{c}{ab}$ 取最小值时， $a+b-c$ 的最大值为_____.

18. 对任意的 $x, y \in \mathbf{R}$ ， $|x-1|+|x|+|y-1|+|y+1|$ 的最小值为_____；若正实数 x, y, z 满足 $x^2+2y^2+z^2=1$ ，则 $t=\frac{4}{3}\sqrt{3}xy+\sqrt{2}yz+xz$ 的最大值是_____.

19. 已知 $a>0, b>0, c>1$ 且 $a+b=1$ ，则 $\left(\frac{a^2+1}{ab}-2\right) \cdot c + \frac{\sqrt{2}}{c-1}$ 的最小值为_____.

20. 已知 $P(x, y)$ 为函数 $y=x^2+\frac{3}{4}$ 图象上一动点，则 $\frac{\sqrt{3}x+y}{\sqrt{x^2+y^2}}$ 的最大值为_____.

21. 已知函数 $f(x)=ae^x, g(x)=2x+b$ ，若 $f(x) \geq g(x)$ 恒成立，则 $\frac{b}{a}$ 的最大值是（ ）

- A. -1 B. 1 C. 2 D. $\sqrt{2}$

22. 已知正数 a, b 满足 $\frac{e^{2a}}{8}+2b \leq a+\frac{1}{2}\ln b+1$ ，则 $e^a+b=$ （ ）

- A. $\frac{9}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. $\frac{3}{4}$

23. 已知 a, b 为实数， $f(x)=(\ln ax-1)(e^x-b)$ ， $x \in (0, +\infty)$ ，若 $f(x) \geq 0$ 恒成立，则 ab 的取值范围为（ ）

- A. $(-\infty, e]$ B. $[e, +\infty)$ C. $(-\infty, e^2]$ D. $[e^2, +\infty)$

24. 已知 m, n 为实数， $f(x)=e^x-mx+n-1$ ，若 $f(x) \geq 0$ 对 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立，则 $\frac{n}{m}$ 的最小值是（ ）

- A. -1 B. 0 C. 1 D. 2

25. 若实数 a, b, c 满足条件: $e^{a-b+c} + e^{a+b-c} = 2e^2(a-1)$, 则 $\frac{abc}{a^4+b^4+c^4}$ 的最大值是 ____ .

26. 已知 α, β, γ 均是锐角, 设 $\sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\gamma + \sin\gamma\cos\alpha$ 的最大值为 $\tan\theta$, 则 $\sin\theta(\sin\theta + \cos\theta) =$ ()

- A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{15}{13}$ C. 1 D. $\frac{5}{13}$

27. 在 $\triangle ABC$ 中 $2\sin A + \sin B = 2\sin C$, 则 $\frac{5}{\sin A} + \frac{9}{\sin C}$ 的最小值为 ()

- A. 14 B. 16 C. 18 D. 20

28. 若 $\alpha + \beta - \sin\gamma = 0$, 则 $\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} - \sqrt{\cos\gamma}$ 的最大值为 ____ .

29. $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 $c^2 = 2a^2 - 2b^2$, 则 $A - B$ 的最大值为 ____ .

30. 设实数 x, y 满足 $x > \frac{3}{2}, y > 3$, 不等式 $k(2x-3)(y-3) \leq 8x^3 + y^3 - 12x^2 - 3y^2$ 恒成立, 则实数 k 的最大值为 ()

- A. 12 B. 24 C. $2\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$

31. 以 $\max M(\min M)$ 表示数集 M 中最大 (小) 的数. 设 $a > 0, b > 0, c > 0$, 已知 $a^2c + b^2c = 1$,

则 $\min \left\{ \max \left\{ \frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{c} \right\} \right\} =$ ____ .

32. 记 $\min\{x, y, z\}$ 表示 x, y, z 中最小的数. 设 $a > 0, b > 0$, 则 $\min \left\{ a, \frac{1}{b}, \frac{1}{a} + 3b \right\}$ 的最大值为 ____ .