

导数与函数零点专项：

1. 已知函数 $f(x) = ax^2 - e^x$.

若函数 $g(x) = f(x) + x - 1$ 有且只有一个零点，求实数 a 的取值范围.

2. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - a \ln x - ax$ ($a > 0$).

若 $f(x)$ 恰有一个零点，求 a 的值.

3. 已知函数 $f(x) = ae^x - 1 - \ln(ax + a)$ ，其中 $a > -e^2$ ，且 $a \neq 0$.

若 $f(x)$ 只有一个零点，求 a 的取值范围.

4. 已知函数 $f(x) = a(e^x + 1) - \frac{x}{e^x} - 2$ ($a \in \mathbf{R}$).

若 $f(x)$ 有两个零点，求实数 a 的取值范围.

5. 已知函数 $f(x) = e^x(x - 3) + ax^2 + 2x + 3$

若函数 $f(x)$ 有 3 个不同零点，求实数 a 的取值范围.