

导数构造新函数基础类专项靶题

利用函数求导法则构造函数

- (1) 对于不等式 $f'(x) + g'(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = f(x) + g(x)$ ；
- (2) 对于不等式 $f'(x) - g'(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = f(x) - g(x)$ ；
- 特别的，对于不等式 $f'(x) > k$ 或 $< k$ ，构造函数 $F(x) = f(x) - kx$ 。
- (3) 对于不等式 $f'(x)g(x) + g'(x)f(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = f(x)g(x)$ ；
- (4) 对于不等式 $f'(x)g(x) - g'(x)f(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ；

常见式子结构模型

- (5) 对于不等式 $xf'(x) + f(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = xf(x)$ ；
- (6) 对于不等式 $xf'(x) + nf(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = x^n f(x)$ ；
- (7) 对于不等式 $xf'(x) - f(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$ ；
- (8) 对于不等式 $xf'(x) - nf(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \frac{f(x)}{x^n}$ ；
- (9) 对于不等式 $f'(x) + f(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = e^x f(x)$ ；
- (10) 对于不等式 $f'(x) + kf(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = e^{kx} f(x)$ ；
- (11) 对于不等式 $f'(x) - f(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \frac{f(x)}{e^x}$ ；
- (12) 对于不等式 $f'(x) - kf(x) > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \frac{f(x)}{e^{kx}}$ ；
- (13) 对于不等式 $f(x) + f'(x)\tan x > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \sin x f(x)$ ；
- (14) 对于不等式 $f(x) - f'(x)\tan x > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \frac{f(x)}{\sin x}$ ；
- (15) 对于不等式 $f'(x) - f(x)\tan x > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \cos x f(x)$ ；
- (16) 对于不等式 $f'(x) + f(x)\tan x > 0$ 或 < 0 ，构造函数 $F(x) = \frac{f(x)}{\cos x}$ 。

专项靶题

1. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 R ， $f(-1) = 2$ ，对任意 $x \in R$ ， $f'(x) > 2$ ，则 $f(x) > 2x + 4$ 的解集为()
- A. $(-1, 1)$ B. $(-1, +\infty)$ C. $(-\infty, -1)$ D. $(-\infty, +\infty)$
2. 已知定义在实数集 R 的函数 $f(x)$ 满足 $f(1) = 4$ 且 $f(x)$ 导函数 $f'(x) < 3$ ，则不等式 $f(\ln x) > 3\ln x + 1$ 的解集为_____。

3. 已知定义域为 R 的奇函数 $y = f(x)$ 的导函数为 $y = f'(x)$ ，当 $x \neq 0$ 时， $f'(x) + \frac{f(x)}{x} < 0$ ，若 $a = \frac{1}{3}f(\frac{1}{3})$ ， $b = -3f(-3)$ ， $c = \ln \frac{1}{3}f(\ln \frac{1}{3})$ ，则 a ， b ， c 的大小关系正确的是()
- A. $a < b < c$ B. $b < c < a$ C. $a < c < b$ D. $c < a < b$
4. 若函数 $y = f(x)$ 的图象关于 y 轴对称，且当 $x \in (-\infty, 0)$ 时， $f(x) + x \cdot f'(x) < 0$ 成立. 已知 $a = (2^{0.2}) \cdot f(2^{0.2})$ ， $b = (\log_{\pi} 3) \cdot f(\log_{\pi} 3)$ ， $c = (\log_3 9) \cdot f(\log_3 9)$ ，则 a 、 b 、 c 的大小关系是_____.
5. 定义在 R 上的奇函数 $y = f(x)$ 满足 $f(3) = 0$ ，且当 $x > 0$ 时，不等式 $f(x) > -xf'(x)$ 恒成立，则函数 $g(x) = xf(x) + \lg|x+1|$ 的零点的个数为()
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
6. 设函数 $f'(x)$ 是奇函数 $f(x)(x \in R)$ 的导函数， $f(-1) = 0$ ，当 $x > 0$ 时， $xf'(x) - f(x) < 0$ ，则使得 $f(x) > 0$ 成立的 x 的取值范围是()
- A. $(-\infty, -1) \cup (0, 1)$ B. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
C. $(-\infty, -1) \cup (-1, 0)$ D. $(0, 1) \cup (1, +\infty)$
7. 已知 $f(x)$ 为 R 上的可导函数，且对 $\forall x \in R$ ，均有 $f(x) > f'(x)$ ，则有()
- A. $e^{2016}f(-2016) < f(0)$ ， $f(2016) < e^{2016}f(0)$
B. $e^{2016}f(-2016) > f(0)$ ， $f(2016) > e^{2016}f(0)$
C. $e^{2016}f(-2016) < f(0)$ ， $f(2016) > e^{2016}f(0)$
D. $e^{2016}f(-2016) > f(0)$ ， $f(2016) < e^{2016}f(0)$
8. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ，若对任意实数 x ，有 $f(x) > f'(x)$ ，且 $f(x) + 2018$ 为奇函数，则不等式 $f(x) + 2018e^x < 0$ 的解集是()
- A. $(-\infty, 0)$ B. $(0, +\infty)$ C. $(-\infty, \frac{1}{e})$ D. $(\frac{1}{e}, +\infty)$
9. 定义在 R 上的函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ， $f(0) = 0$ 若对任意 $x \in R$ ，都有 $f(x) > f'(x) + 1$ ，则使得 $f(x) + e^x < 1$ 成立的 x 的取值范围为()
- A. $(0, +\infty)$ B. $(-\infty, 0)$ C. $(-1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1)$

10. 已知函数 $y = f(x)$ 对任意的 $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ 满足 $f'(x)\cos x + f(x)\sin x > 0$ （其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数），则下列不等式成立的是（ ）

A. $f(0) > \sqrt{2}f(\frac{\pi}{4})$

B. $f(0) < 2f(\frac{\pi}{3})$

C. $\sqrt{2}f(-\frac{\pi}{3}) > f(-\frac{\pi}{4})$

D. $\sqrt{2}f(\frac{\pi}{3}) < f(\frac{\pi}{4})$

11. 已知函数 $y = f(x-1)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称，函数 $y = f(x)$ 对于任意的 $x \in (0, \pi)$ 满足 $f'(x)\sin x > f(x)\cos x$ （其中 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数）。则下列不等式成立的是（ ）

A. $f(-\frac{\pi}{3}) > -\sqrt{3}f(\frac{\pi}{6})$

B. $\sqrt{2}f(\frac{3\pi}{4}) < -f(-\frac{\pi}{2})$

C. $\sqrt{3}f(\frac{\pi}{2}) > 2f(\frac{\pi}{3})$

D. $\sqrt{2}f(\frac{5\pi}{6}) < f(\frac{3\pi}{4})$

12. 已知 $x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$, $y = f(x) - 1$ 为奇函数， $f'(x) + f(x)\tan x > 0$ ，则不等式 $f(x) > \cos x$ 的解（ ）

A. $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

B. $(-\frac{\pi}{4}, 0)$

C. $(0, \frac{\pi}{4})$

D. $(0, \frac{\pi}{2})$