

导数在函数单调性及最值方面运用专项靶题：

类型一：求不含参数函数单调区间

1. 已知函数  $f(x) = x \ln x$ ，则  $f(x)$  的单调减区间是\_\_\_\_\_.
2. 已知定义在区间  $(-\pi, \pi)$  上的函数  $f(x) = x \sin x + \cos x$ ，则  $f(x)$  的单调增区间是\_\_\_\_\_.

类型二：求含参数函数单调区间及最值

1. 已知函数  $f(x) = x^2 - (a+2)x + a \ln x$ ，试讨论  $f(x)$  的单调性.
2. 已知函数  $f(x) = x^2 e^{-ax} - 1$  ( $a$  是常数)，求函数  $y = f(x)$  的单调区间.

3. 已知函数  $f(x) = \ln \frac{1}{x} - ax^2 + x$  ( $a > 0$ ) 讨论  $f(x)$  的单调性；

4. 已知函数  $f(x) = \frac{1-x}{x} + k \ln x$ ， $k < \frac{1}{e}$ ，求函数  $f(x)$  在  $[\frac{1}{e}, e]$  上的最大值和最小值.

类型三：已知单调性求参数取值范围

1. 若函数  $f(x) = \ln(ax+1) + \frac{1-x}{1+x}$  ( $x \geq 0, a > 0$ ) 的递增区间是  $[1, +\infty)$ ，则  $a$  的取值集合是\_\_\_\_\_.
2. 若函数  $f(x) = \ln(ax+1) + \frac{1-x}{1+x}$  ( $x \geq 0, a > 0$ ) 在区间  $[1, +\infty)$  单调递增，则  $a$  的取值集合是\_\_\_\_\_.
3.  $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2ax$ ，若  $f(x)$  在  $(\frac{2}{3}, +\infty)$  上存在单调递增区间，则  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

类型四：导数在单调性方面综合运用

1. 已知函数  $f(x) = -x^3 + ax^2 + b$  ( $a, b \in R$ )。若函数  $y = f(x)$  的图象上任意不同的两点连线的斜率都小于 2，求  $a$  的取值范围.
2. 已知函数  $f(x) = x^3 + ax + b$  对任意的  $x_1, x_2 \in (0, \frac{\sqrt{3}}{3})$  ( $x_1 \neq x_2$ )，都有  $|f(x_1) - f(x_2)| < |x_1 - x_2|$ ，求实数  $a$  的取值范围.