

## 嵌套函数的高级应用

1. 已知单调函数  $f(x)$  的定义域为  $(0, +\infty)$ ，对于定义域内任意  $x$ ， $f[f(x) - \log_2 x] = 3$ ，则函数

$g(x) = f(x) + x - 7$  的零点所在的区间为

- A. (1,2)      B. (2,3)      C. (3,4)      D. (4,5)

2. 定义在  $(0, +\infty)$  上的单调函数  $f(x)$ ，若对任意实数  $x \in (0, +\infty)$ ，都有

$f(f(x) - e^x - \ln x) = e^2 + 2 \ln \sqrt{2}e$ ，若  $x_0$  是方程  $f(x) - f'(x) = e$  的一个解，则  $x_0$  可能存在的

区间是 ( )

- A. (0,1)      B. (1,2)      C. (2,3)      D. (3,4)

3. 已知函数  $f(x) = \frac{\ln(2x)}{x}$ ，若关于  $x$  的不等式  $f^2(x) + af(x) > 0$  只有两个整数解，则实数  $a$  的

取值范围是 ( )

- A.  $\left[-\ln 2, -\frac{1}{3} \ln 6\right]$       B.  $\left[-\frac{1}{e}, -\frac{1}{3} \ln 6\right]$   
C.  $\left[\frac{1}{3} \ln 6, \ln 2\right)$       D.  $\left[\frac{1}{3} \ln 6, \frac{2}{e}\right)$

4. 已知函数  $f(x) = \frac{e \ln x}{x^2}$ ，若关于  $x$  的方程  $[f(x)]^2 - mf(x) + \frac{1}{8} = 0$  有 4 个不同的实数根，则实

数  $m$  的取值范围为 ( )

- A.  $\left(0, \frac{3}{4}\right)$       B.  $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$       C.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{3}{4}\right)$       D.  $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$

5. 设函数  $f(x) = \sqrt{e^x + (e-1)x - a}$  ( $a \in \mathbb{R}$ ， $e$  为自然对数的底数)，若曲线  $y = \sin x$  上存在点

$(x_0, y_0)$  使  $f(y_0) = y_0$  成立，则  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $[1, 2e-2]$       B.  $[e^{-1} - e, 1]$       C.  $[1, e]$       D.  $[e^{-1} - e, 2e-2]$

6. 已知偶函数  $f(x)$  满足  $f(x) = f(8-x)$ ，且当  $x \in (0, 4]$  时， $f(x) = \frac{\ln(2x)}{x}$ ，关于  $x$  的不等

式  $f^2(x) + af(x) > 0$  在  $[-20, 20]$  上有且只有 30 个整数解，则实数  $a$  的取值范围是 ( )

- A.  $\left(-\ln 2, -\frac{1}{3} \ln 6\right)$       B.  $\left(-\ln 2, -\frac{1}{3} \ln 6\right]$   
C.  $\left(-\frac{1}{3} \ln 6, -\frac{3 \ln 2}{4}\right)$       D.  $\left(-\frac{1}{3} \ln 6, -\frac{3 \ln 2}{4}\right]$

7. 已知函数  $f(x)$  是定义在  $[-100, 100]$  的偶函数，且  $f(x+2) = f(x-2)$ . 当  $x \in [0, 2]$  时，

$f(x) = (x-2)e^x$ ，若方程  $[f(x)]^2 - mf(x) + 1 = 0$  有 300 个不同的实数根，则实数  $m$  的取值范围为（ ）

- A.  $\left(-e - \frac{1}{e}, -\frac{5}{2}\right)$     B.  $\left[-e - \frac{1}{e}, -\frac{5}{2}\right]$     C.  $(-\infty, -2)$     D.  $\left(-e - \frac{1}{e}, -2\right)$

8. 设函数  $f(x) = \frac{\ln x}{x} + x - a$  ( $a \in \mathbb{R}$ )，若曲线  $y = \frac{2e^{x+1}}{e^{2x} + 1}$  ( $e$  是自然对数的底数) 上存在点  $(x_0, y_0)$

使得  $f(f(y_0)) = y_0$ ，则  $a$  的取值范围是

- A.  $(-\infty, 0]$     B.  $(0, e]$     C.  $\left(-\infty, \frac{1}{e}\right]$     D.  $[0, +\infty)$