

同构思想专项靶题

函数中的同构思想

1. 设 $x, y \in \mathbb{R}$ ，满足 $\begin{cases} (x-1)^5 + 2x + \sin(x-1) = 3 \\ (y-1)^5 + 2y + \sin(y-1) = 1 \end{cases}$ ，则 $x+y =$ ()
A. 0 B. 2 C. 4 D. 6
2. 若函数 $f(x) = \sqrt{x-1} + m$ 在区间 $[a, b]$ 上的值域为 $\left[\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right] (b > a \geq 1)$ ，则实数 m 的取值范围是_____
3. 已知函数 $f(x)$ 是定义在实数集 \mathbb{R} 上的不恒为零的偶函数，且对任意实数 x 都有 $xf(x+1) = (x+1)f(x)$ ，则 $f\left(\frac{2015}{2}\right)$ 的值是 ()
A. 0 B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{5}{2}$
4. 如果 $\cos^5 \theta - \sin^5 \theta < 7(\sin^3 \theta - \cos^3 \theta)$, $\theta \in [0, 2\pi)$ ，那么 θ 的取值范围是_____
5. 若 $0 < x_1 < x_2 < 1$ ，则 ()
A. $e^{x_2} - e^{x_1} > \ln x_2 - \ln x_1$ B. $e^{x_1} - e^{x_2} > \ln x_2 - \ln x_1$
C. $x_2 e^{x_1} > x_1 e^{x_2}$ D. $x_2 e^{x_1} < x_1 e^{x_2}$
6. 已知函数 $f(x) = ae^x \ln x (a \neq 0)$ ，若 $\forall x \in (0, 1)$ ， $f(x) < x^2 + x \ln a$ ，求 a 的取值范围.
7. 设实数 $\lambda > 0$ ，若对任意的 $x \in (0, +\infty)$ ，不等式 $e^{\lambda x} - \frac{\ln x}{\lambda} \geq 0$ 恒成立，则 λ 的取值范围是
8. 设实数 $m > 0$ ，若对任意的 $x \geq e$ ，若不等式 $x^2 \ln x - m e^{\frac{m}{x}} \geq 0$ 恒成立，则 m 的最大值为
9. 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ ，不等式 $2x^3 \ln x - m e^{\frac{m}{x}} \geq 0$ 恒成立，求实数 m 的最大值
10. 已知函数 $f(x) = m \cdot \ln(x+1) - 3x - 3$ ，若不等式 $f(x) > mx - 3e^x$ 在 $x \in (0, +\infty)$ 上恒成立，则实数 m 的取值范围是
11. 对 $\forall x > 0$ ，不等式 $2ae^{2x} - \ln x + \ln a \geq 0$ 恒成立，则实数 a 的最小值为_____.
12. 已知不等式 $x + a \ln x + \frac{1}{e^x} \geq x^a$ ，对 $x \in (1, +\infty)$ 恒成立，则实数 a 的最小值为

13. 已知 x_0 是方程 $2x^2e^{2x} + \ln x = 0$ 的实根，则关于实数 x_0 的判断正确的是（ ）。

- A. $x_0 \geq \ln 2$ B. $x_0 < \frac{1}{e}$ C. $2x_0 + \ln x_0 = 0$ D. $2e^{x_0} + \ln x_0 = 0$

14. 对任意的 $x \in (0, +\infty)$ ，恒有 $a(e^{ax} + 1) \geq 2\left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \ln x$ ，求实数 a 的最小值。

15. 已知函数 $f(x) = x - \ln(x+1)$ ， $g(x) = e^x - x - 1$ ，若 $g(x) \geq kf(x)$ 对 $\forall x \in [0, +\infty)$ 恒成立，求实数 k 的取值范围。

数列中的同构思想

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 2t - 3$ ($t \in R, t \neq \pm 1$)，且

$$a_{n+1} = \frac{(2t^{n+1} - 3)a_n + 2(t-1)t^n - 1}{a_n + 2t^n - 1}$$

求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式

解析几何中的同构思想

1. 已知椭圆 C 中心在原点，焦点在 x 轴上，它的一个顶点为 $(0,1)$ ，离心率为 $\frac{2}{5}\sqrt{5}$

(1) 求椭圆 C 的方程

(2) 过右焦点 F 作直线 l 交椭圆于 A, B ，交 y 轴于 R ，若 $\overrightarrow{RA} = \lambda \overrightarrow{AF}$ ， $\overrightarrow{RB} = \mu \overrightarrow{BF}$ ，求 $\lambda + \mu$

2. 设点 $P(x_0, y_0)$ 在直线 $x = m$ ($y \neq \pm m, 0 < m < 1$, 且 m 为常数) 上，过点 P 作双曲线 $x^2 - y^2 = 1$

的两条切线 PA, PB ，切点为 A, B ，求证：直线 AB 过某一个定点

不等式中的同构思想

1. 设 $a, b \in R$ ，则 | “ $a > b$ ” 是 “ $a|a| > b|b|$ ” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充要又不必要条件