

# 数学核心素养之“数据分析”的课堂教学探究

## ——“独立性检验的基本思想和初步应用”教学反思

福州第八中学 / 陈达辉

数学核心素养之“数据分析”指的是，针对研究对象获取相关数据，运用统计方法对数据进行整理、分析和推断，形成关于研究对象知识的过程。关于“数据分析”素养，高考的要求是：通过对概率与统计问题中大量数据的分析和加工，获得数据提供的信息及其所呈现的规律，进而分析随机现象的本质特征，发现随机现象的统计规律。阅读数据、分析加工、获取规律、研究本质，这些步骤对高中生的能力提出了很高的要求，也对教师相关内容的教学方式提出了很高的要求。本文，笔者以自己执教的一堂市级公开课“独立性检验的基本思想和初步应用”为例，阐述在课堂教学中应该如何培养学生的数据分析素养。

### 一、让学生自主完成数据的收集整理，使学生直观感知数据所呈现的基本规律

本课以学生日常关注的问题为例（“沉迷游戏对注意力不集中是否有影响”“性别对数学成绩是否有影响”“性别对视力是否有影响”“数学成绩对物理成绩是否有影响”），紧扣学生兴趣和困惑，利用特殊与一般数学思想，对两个分类变量进行“特殊→一般”的探究。笔者先给出问题“沉迷游戏对注意力不集中是否有影响”，由于时间关系，课堂上笔者直接借用了研究资料所提供的数据，见表1。

表1 “沉迷游戏对注意力不集中是否有影响”研究

	注意力集中	注意力不集中	总计
不沉迷游戏	379	158	537
沉迷游戏	133	89	222
总计	512	247	759

通过观察该表格，学生自主获取数据信息，并进行初步研究、做出初步判断：如横纵数据间的数

量关系怎样？在注意力不集中的人中，沉迷游戏的比例是多少？在注意力集中的人中，沉迷游戏的比例是多少？从表1中，学生初步感知数据所呈现的基本规律。与此同时，笔者利用电子表格软件中的二维堆积图、三维柱状图和等高条形图等，直观地展示数据背后的规律，让学生对“沉迷游戏对注意力不集中是否有影响”有了初步的认识，为后续学习奠定了基础。

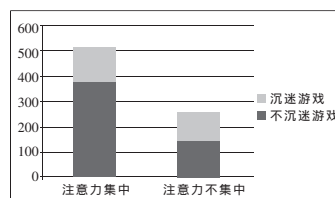


图1

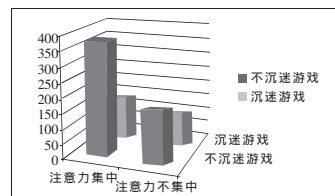


图2

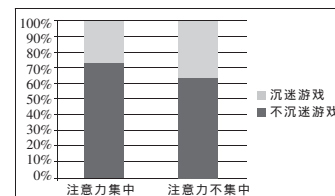


图3

这个教学环节的设置目的：一是让学生体验数据收集和整理的过程，学会在研究两个分类变量的相关关系时，如何收集和整理数据；二是让学生在数据整理完成后，或直接从表中，或利用二维、三维图形，直观判断两个分类变量之间是否有一定的相关性，决定是否有必要进行下一步的研究分析。

### 二、让学生共同参与数据的分析推断，引导学生探究数据所呈现规律的理论依据

为了进一步判断“沉迷游戏对注意力不集中是否有影响”，并探究两个分类变量之间是否有一定的相关性，笔者引导学生进行理论研究，即用字母替代数据，得到表2。

表2 “沉迷游戏对注意力不集中是否有影响”字母代替数研究

	注意力集中	注意力不集中	总计
不沉迷游戏	$a$	$b$	$a+b$
沉迷游戏	$c$	$d$	$c+d$
总计	$a+c$	$b+d$	$a+b+c+d$

随后，笔者指导学生借助反证法的理论依据，先假设  $H_0$  “沉迷游戏对注意力不集中没有影响”，再根据事件的相互独立的性质，设“不沉迷游戏（记为  $A$ ）”“沉迷游戏（记为  $\bar{A}$ ）”“注意力集中（记为  $B$ ）”和“注意力不集中（记为  $\bar{B}$ ）”。结合前面已经掌握的相互独立事件的性质，可知若  $\bar{A}$  和  $\bar{B}$  是相互独立的事件，则  $A$  和  $B$  也是相互独立的，即可得到“不沉迷游戏（记为  $A$ ）”和“注意力集中（记为  $B$ ）”是两个相互独立的事件。根据相互独立事件的概率公式： $P(AB)=P(A)P(B)$ ，而  $P(AB)=\frac{a}{a+b+c+d}$ ， $P(A)=\frac{a+b}{a+b+c+d}$ ， $P(B)=\frac{a+c}{a+b+c+d}$ 。若假设  $H_0$  成立，则应该有  $\frac{a}{a+b+c+d} \approx \frac{a+b}{a+b+c+d} \times \frac{a+c}{a+b+c+d}$  成立。化简得  $ad-bc \approx 0$ 。此时，引导学生探究“用  $ad-bc \approx 0$  是否成立”作为判断“两个分类变量之间是否有相关性”的依据是否合理。学生通过合作探究，发现这样的判断是不科学的，主要有两点原因：一是“ $ad-bc$ ”的结果有正有负，得到结果后不知道该如何进行下一步的判断；二是如果样本容量大小不一，就无法做出科学的判断，没有统一的标准。在学生感到困惑之时，笔者介绍了由统计学家研究出的公式： $K^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，并与方差公式进行了比对，解决了学生上述两点困惑。学生理解了公式中为什么需要  $(ad-bc)^2$ ，为什么需要系数  $\frac{n}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ ，从理性上认识这个公式的合理性和科学性。与公式同时出现的还有  $K^2$  临界值表，在此处笔者花费了一些时间，让学生观察  $K^2$  临界值，由学生通过观察临界值  $k_0$  和相应概率  $P(k^2 \geq k_0)$  的变化规律，总结出  $K^2$  的观测值越大，相应的概率就越小。这就说明，若  $H_0$  成立， $K^2$  的观测值接近于 0；反过来， $K^2$  的观测值越大，相应的概率就越小，则越能说明假设不成立，即两个分类变量之间有明显的相关性。紧接着，学生利用公式和临界值表对问题进行判断，从理论上合理地说明了有 99% 的把握认为“沉迷游戏

对注意力不集中有影响”。

以往，部分教师不重视“独立性检验的基本思想和初步应用”的教学，只简单介绍一下列联表的结构特征和公式，就让学生学习公式的使用，只要学生能进行结论的判断和描述，就算完成了教学任务。笔者改变此课的教学模式，将学生当成一个理论研究者，让学生自主地收集、整理、分析数据，引导学生从直观上初步感知数据所呈现的规律，再结合自己已经掌握的知识进行科学的分析、推断，深入探究数据背后隐含的规律，寻找理论依据，形成结论。最后，将所获得的结论加以应用。这样，学生不但能从感性上接受列联表中呈现的规律，而且能理性、科学地理解独立性检验的基本思想。同时，学生学会了数据分析的基本方法，提高了自身的数据分析素养。

### 三、让学生自主应用研究结论，将对数据分析的认识从感性上升到理性

接着，笔者引导学生初步应用独立性检验的基本思想，即研究课伊始提出的“性别对数学成绩是否有影响”“性别对视力是否有影响”“数学成绩对物理成绩是否有影响”3 个问题，并进行有理论依据的判断。

对于问题“性别对数学成绩是否有影响”，笔者课前给班长和数学科代表布置任务——利用课余时间收集高二年级上学期期末考试全体理科班学生的数学成绩，对数学成绩为优秀（110 分及以上）及数学成绩一般（109 分及以下）的男、女生数据，整理并列表 3。

表3 “性别对数学成绩是否有影响”研究

	数学成绩优秀	数学成绩一般	总计
男生	94	210	304
女生	29	134	163
总计	123	344	467

表4  $K^2$  的临界值

$P$ ( $K^2 \geq k_0$ )	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
$k_0$	0.445	0.708	0.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

利用公式计算得到  $K^2$  的观测值为 9.43，由于  $9.43 > 6.635$ ，结合  $K^2$  的临界值表（如表 4），可以做出“在错误率不超过 1% 的前提下，判断数学成绩与性别有关”或“有 99% 的把握认为数学成绩与性别有关”。这与人们日常生活经验的判断基本是一致的。

# 对数学思维培育工作若干关键点的思考

厦门双十中学 / 赵祥枝

智力含“注意力”“记忆力”“观察力”“想象力”“思维力”五个因素，其中，思维居于智力活动的核心，是整个智力活动的最高调节者，给各种智力活动以深刻的影响。我们有充分的理由认为，教育的最重要目标就是提高学生的思维能力，引导学生学会思考。“数学是思维的体操”，在学生成长过程中，数学担负着极为重要的思维培养任务。

## 一、数学思维教学现状

众所周知，我国的基础教育，尤其是数学教育有许多令人称道的优良传统，如注重基础知识的夯实，注重基本技能的训练。然而，数学教学的某些

现状及效果令人担忧，最大的问题是数学课堂的思维含量低。

在学的层面上，学生的思维没有得到有效的引导和训练，相当多学生的思维表现出明显的单一性和统一性。他们只会解决些基础的、常规的且反复训练了多次的问题，对改变了情境的或思维能力要求稍高的问题就束手无策，更不用说面对创新思维的问题了。

在教的层面上，部分教师仍然严守长年不变的教学方式，较少关注学生的思维。有些教师虽然也意识到了思维能力培养的重要性，但对如何引导学生进行有效思考没有过深入的研究，也就缺少科学

此时，学生对利用  $K^2$  公式进行两个分类变量关系的判断有了一定程度的认可。

对于问题“性别对视力是否有影响”，由班长在课上当场收集数据，并列列表 5。

表 5 “性别对视力是否有影响”研究

	近视	正常	总计
男生	11	21	32
女生	9	19	28
总计	20	40	60

利用公式计算得到  $K^2$  的观测值为 0.0335，由于  $0.0335 < 0.445$ ，所以，学生们立刻做出：“无充分理由表明性别与视力相关”的判断，这与我们日常生活经验的判断是一致的。此时，学生对这一公式的科学性已经没有了怀疑了。

第三个问题“数学成绩对物理成绩是否有影响”，是学生日常十分关注的问题，他们对这一问题有着相当浓厚的兴趣。该问题一经提出，学生们就异口同声回答“一定有很大的关系”！笔者让该班物理科代表、数学科代表合作，课前收集、整理了高二上学期期末全年级理科生的数学成绩与物理

成绩，对数学成绩与物理成绩优秀（班级前 20 名的学生）与数学成绩与物理成绩一般（班级 20 名之后的学生）的人数进行了统计，并整理成表 6。

表 6 “数学成绩对物理成绩是否有影响”研究

	物理优秀	物理一般	总计
数学优秀	12	8	20
数学一般	8	32	40
总计	20	40	60

利用公式计算得到  $K^2$  的观测值为 9.6，非常明显，有 99.5% 的把握认为学生的数学成绩与物理成绩有关。

关于概率与统计等与数据相关的内容的教学，教师应充分呈现数据分析的基本过程性，即整理→分析→探究→结论→应用，以及研究问题的基本思想方法，即“特殊→一般→特殊”。在日常教学中，应注重培养学生从数据提供的信息中，挖掘这些数据所蕴含的数学本质特征的能力，从而提高学生数据分析的素养，以促使其更好地适应当今的课程、考试的要求。