

昌平区 2024 年高三年级第二次统一练习

数学试卷参考答案

2024.5

一、选择题共 10 小题，每小题 4 分，共 40 分。

题号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
答案	D	C	B	B	D	A	A	B	B	C

二、填空题共 5 小题，每小题 5 分，共 25 分。

(11) 2 (12) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (13) $\frac{2}{3}$ $\frac{1}{2}$

(14) $f(x) = (x - \frac{3}{2})^2$ (答案不唯一) (15) ①③④

注：(13) 题第一空 3 分，第二空 2 分；

(15) 题选对 1 个得 2 分，选对 2 个得 3 分，选对 3 个得 5 分，错选 1 个得 0 分。

三、解答题共 6 小题，共 85 分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

(16) (共 13 分)

解：(I) 由题意得， $\cos \frac{\pi}{6} (\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{6} + 3 \cos \frac{\pi}{6}) - a = \frac{3}{2}$.

解得 $a = \frac{3}{2}$ 1 分

$$\begin{aligned} \text{所以 } f(x) &= \cos x (\sqrt{3} \sin x + 3 \cos x) - \frac{3}{2} = \sqrt{3} \sin x \cos x + 3 \cos^2 x - \frac{3}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + 3 \times \frac{1 + \cos 2x}{2} - \frac{3}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x + \frac{3 \cos 2x}{2} = \sqrt{3} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) \quad \text{.....4 分.} \end{aligned}$$

由 $\frac{\pi}{2} + 2k\pi \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{3\pi}{2} + 2k\pi$,

所以 $\frac{\pi}{12} + k\pi \leq x \leq \frac{7\pi}{12} + k\pi$ 6 分

所以 $f(x)$ 的单调递减区间为 $[\frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{7\pi}{12} + k\pi] (k \in \mathbf{Z})$ 7 分

(II) 由 (I) 可知 $f(x) = \sqrt{3} \sin(2x + \frac{\pi}{3})$.

因为 $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, 所以 $\frac{\pi}{3} \leq 2x + \frac{\pi}{3} \leq \frac{4\pi}{3}$ 8 分

$$\text{所以 } -\frac{3}{2} \leq \sqrt{3} \sin(2x + \frac{\pi}{3}) \leq \sqrt{3}.$$

$$\text{所以 } -\frac{3}{2} \leq f(x) \leq \sqrt{3}. \quad \dots\dots\dots 9 \text{ 分}$$

$$\text{当 } 2x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}, \text{ 即 } x = \frac{\pi}{2} \text{ 时, } f(x) \text{ 取得最小值是 } -\frac{3}{2}. \quad \dots\dots\dots 11 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } f(x) \geq m \text{ 恒成立等价于 } m \leq f(x)_{\min}, \text{ 所以 } m \leq -\frac{3}{2}.$$

$$\text{所以实数 } m \text{ 的取值范围是 } (-\infty, -\frac{3}{2}]. \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

(17) (共 14 分)

解: (I) 连接 BC_1 .

因为 BC 交平面 AD_1E 于点 F , $BC \subset$ 平面 B_1BCC_1 ,

所以 $F \in$ 平面 B_1BCC_1 .

所以 平面 $B_1BCC_1 \cap$ 平面 $D_1AFE = EF$. $\dots\dots\dots 1 \text{ 分}$

因为 平面 $B_1BCC_1 \parallel$ 平面 A_1ADD_1 , 平面 $D_1DAA_1 \cap$ 平面 $D_1AFE = AD_1$,

所以 $AD_1 \parallel EF$. $\dots\dots\dots 2 \text{ 分}$

因为 $D_1C_1 \parallel AB$, 且 $D_1C_1 = AB$,

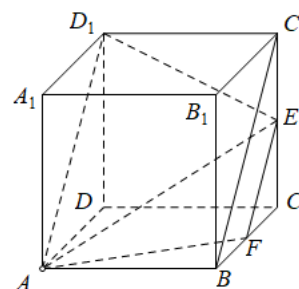
所以 四边形 ABC_1D_1 是平行四边形.

所以 $AD_1 \parallel BC_1$.

所以 $EF \parallel BC_1$. $\dots\dots\dots 3 \text{ 分}$

因为点 E 是 CC_1 的中点,

所以点 F 为线段 BC 的中点. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$



(II) 选择条件①②:

因为 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$,

所以 $DD_1 \perp DA$, $DD_1 \perp DC$.

因为 四边形 $ABCD$ 是正方形,

所以 $DA \perp DC$. $\dots\dots\dots 5 \text{ 分}$

(i) 如图建立空间直角坐标系 $D-xyz$.

则 $D(0,0,0)$, $D_1(0,0,2)$, $A(2,0,0)$, $B(2,2,0)$, $C(0,2,0)$. $\dots\dots\dots 6 \text{ 分}$

所以 $F(1,2,0)$, $\overrightarrow{AD_1}=(-2,0,2)$, $\overrightarrow{AF}=(-1,2,0)$ 7 分

设平面 D_1AFE 的法向量为 $\mathbf{m}=(x,y,z)$, 则

$$\begin{cases} \overrightarrow{AD_1} \cdot \mathbf{m} = 0, \\ \overrightarrow{AF} \cdot \mathbf{m} = 0. \end{cases} \quad \text{即} \quad \begin{cases} -2x + 2z = 0, \\ -x + 2y = 0. \end{cases}$$

令 $x=2$, 则 $y=1$, $z=2$, 于是 $\mathbf{m}=(2,1,2)$.

.....8 分

因为 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$,

所以平面 $ABCD$ 的法向量为 $\mathbf{n}=(0,0,1)$ 9 分

$$\text{所以 } \cos \langle \mathbf{m}, \mathbf{n} \rangle = \frac{\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}}{|\mathbf{m}| |\mathbf{n}|} = \frac{2}{3}. \quad \text{.....10 分}$$

由题知, 二面角 D_1-AF-B 为钝角, ...11 分

所以二面角 D_1-AF-B 的余弦值为 $-\frac{2}{3}$ 12 分

(ii) 因为 $A(2,0,0)$, $B_1(2,2,2)$, 所以 $\overrightarrow{AB_1}=(0,2,2)$.

$$\text{所以点 } B_1 \text{ 到平面 } AD_1EF \text{ 的距离为 } d = \frac{|\overrightarrow{AB_1} \cdot \mathbf{m}|}{|\mathbf{m}|} = 2. \quad \text{.....14 分}$$

选择条件①③:

因为 $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$, 所以 $DD_1 \perp DA$, $DD_1 \perp DC$ 2 分

因为平面 $AA_1D_1D \perp$ 平面 CC_1D_1D , 平面 $AA_1D_1D \cap$ 平面 $CC_1D_1D = DD_1$,

所以 $DA \perp$ 平面 CC_1D_1D 3 分

所以 $DA \perp DC$ 4 分

以下同选条件①②.

选择条件②③不合题意, 此时几何体不能唯一确定.

(18) (共 13 分)

解: (I) 因为甲参加专业能力 A 项测试成绩合格的频率为 $\frac{16}{20} = \frac{4}{5}$, ...2 分

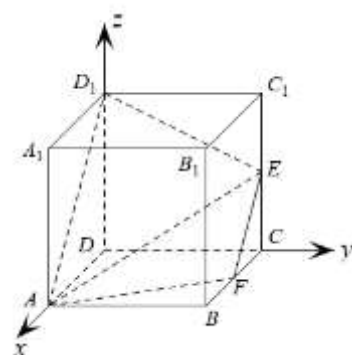
由频率估计概率, 估计甲参加专业能力 A 项测试成绩合格的概率为 $P(A) = \frac{4}{5}$ 3 分

(II) 设甲参加专业能力 A, B, C 三项测试成绩合格分别为事件 A_1, B_1, C_1 , 由频率估计概率, 估计

$$P(A_1) = \frac{4}{5}, \text{ 估计 } P(B_1) = \frac{3}{4}, \text{ 估计 } P(C_1) = \frac{1}{2}. \quad \text{.....4 分}$$

根据题意, 随机变量 X 的所有可能取值为 10, 5, 2, 0, 且

$$P(X=10) = P(A_1 B_1 C_1) = P(A_1) P(B_1) P(C_1) = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}; \quad \text{.....5 分}$$



$$P(X=5) = P(\overline{A_1}B_1C_1) + P(A_1\overline{B_1}C_1) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{7}{40}; \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$P(X=2) = P(A_1B_1\overline{C_1}) = \frac{4}{5} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}; \dots\dots\dots 7 \text{ 分}$$

$$P(X=0) = 1 - P(X=10) - P(X=5) - P(X=2) = \frac{9}{40}. \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

所以 X 的分布列为

X	0	2	5	10
P	$\frac{9}{40}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{3}{10}$

$$\text{所以 } X \text{ 的数学期望为 } E(X) = 0 \times \frac{9}{40} + 2 \times \frac{3}{10} + 5 \times \frac{7}{40} + 10 \times \frac{3}{10} = \frac{179}{40} = 4.475. \dots\dots 10 \text{ 分}$$

(III) 乙获得的认定分大. \dots\dots\dots 11 \text{ 分}

理由如下:

设乙参加专业能力 A, B, C 三项测试成绩合格分别为事件 A_2, B_2, C_2 , 由频率估计概率, 估计

$$P(A_2) = P(B_2) = P(C_2) = \frac{2}{3}.$$

设 Y 表示乙获得的认定分, 随机变量 Y 的所有可能取值为 10, 5, 2, 0, 且

$$P(Y=10) = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}; \quad P(Y=5) = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{8}{27};$$

$$P(Y=2) = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{27}; \quad P(Y=0) = 1 - P(Y=10) - P(Y=5) - P(Y=2) = \frac{7}{27}.$$

$$\text{所以 } E(Y) = 0 \times \frac{7}{27} + 2 \times \frac{4}{27} + 5 \times \frac{8}{27} + 10 \times \frac{8}{27} = \frac{128}{27} \approx 4.74 > 4.475.$$

所以 $E(X) < E(Y)$. 所以乙获得的认定分大. \dots\dots\dots 13 \text{ 分}

(19) (共 15 分)

解: (I) 由题设,
$$\begin{cases} \frac{c}{a} = \frac{1}{2}, \\ 2b = 2\sqrt{3}, \\ a^2 = b^2 + c^2. \end{cases} \dots\dots\dots 2 \text{ 分}$$

$$\text{解得 } a=2, b=\sqrt{3}, c=1. \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\text{所以椭圆 } E \text{ 的方程为 } \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1. \dots\dots\dots 5 \text{ 分}$$

(II)
$$\frac{|OP|}{|OQ|} = \frac{1}{3}. \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

由题意可知 $A(-2,0)$, $B(2,0)$, $F(1,0)$.

(i) 当 $MN \perp x$ 轴时, 直线 l 的方程为 $x=1$, 易知 $M(1, \frac{3}{2})$, $N(1, -\frac{3}{2})$.

直线 AM 的方程为 $y = \frac{1}{2}(x+2)$, 所以 $P(0,1)$, $|OP|=1$.

直线 BN 的方程为 $y = \frac{3}{2}(x-2)$, 所以 $Q(0,-3)$, $|OQ|=3$.

所以 $\frac{|OP|}{|OQ|} = \frac{1}{3}$ 7 分

(ii) 当直线 MN 的斜率存在时, 设直线 l 的方程为 $y=k(x-1)(k \neq 0)$.

由 $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1 \\ y = k(x-1) \end{cases}$ 得 $(3+4k^2)x^2 - 8k^2x + 4k^2 - 12 = 0$.

则 $\Delta = 144(k^2 + 1) > 0$ 8 分

设 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$, 则 $x_1 + x_2 = \frac{8k^2}{3+4k^2}$, $x_1x_2 = \frac{4k^2-12}{3+4k^2}$ 9 分

直线 AM 的方程为 $y = \frac{y_1}{x_1+2}(x+2)$, 令 $x=0$, 则 $y_P = \frac{2y_1}{x_1+2}$, 所以 $P(0, \frac{2y_1}{x_1+2})$.

.....10 分

直线 BN 的方程为 $y = \frac{y_2}{x_2-2}(x-2)$, 令 $x=0$, 则 $y_Q = \frac{-2y_2}{x_2-2}$, 所以 $Q(0, \frac{-2y_2}{x_2-2})$.

.....11 分

所以 $|OP| = \left| \frac{2y_1}{x_1+2} \right|$, $|OQ| = \left| \frac{-2y_2}{x_2-2} \right|$.

所以 $\frac{|OP|}{|OQ|} = \frac{\left| \frac{2y_1}{x_1+2} \right|}{\left| \frac{-2y_2}{x_2-2} \right|} = \frac{\left| \frac{y_1(x_2-2)}{y_2(x_1+2)} \right|}{1}$

$= \frac{\left| \frac{k(x_1-1)(x_2-2)}{k(x_2-1)(x_1+2)} \right|}{1} = \frac{\left| \frac{x_1x_2 - 2x_1 - x_2 + 2}{x_1x_2 - x_1 + 2x_2 - 2} \right|}{1}$ 12 分

可得 $\frac{|OP|}{|OQ|} = \frac{\left| \frac{4k^2-12}{3+4k^2} - 2x_1 - (\frac{8k^2}{3+4k^2} - x_1) + 2 \right|}{\left| \frac{4k^2-12}{3+4k^2} - x_1 + 2(\frac{8k^2}{3+4k^2} - x_1) - 2 \right|} = \frac{\left| \frac{4k^2-6}{3+4k^2} - x_1 \right|}{\left| \frac{12k^2-18}{3+4k^2} - 3x_1 \right|} = \frac{1}{3}$ 14 分

综上, $\frac{|OP|}{|OQ|} = \frac{1}{3}$ 15 分

(20) (共 15 分)

解：(I) 因为 $f(x) = x + \frac{a}{e^x}$,

所以 $f'(x) = 1 - \frac{a}{e^x}$ 2 分

所以 $f'(0) = 1 - a$, $f(0) = a$ 3 分

所以曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = (1 - a)x + a$ 4 分

(II) 由题知, $f'(x) = 1 - \frac{a}{e^x} = \frac{e^x - a}{e^x}$.

(1) 当 $a \leq 0$ 时, $f'(x) > 0$ 在区间 $[0, 1]$ 上恒成立,

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是增函数.

所以当 $x = 0$ 时, $f(x)_{\min} = a$ 6 分

(2) 当 $a > 0$ 时, 令 $f'(x) = 0$, 即 $e^x - a = 0$,

所以 $x = \ln a$.

① 当 $\ln a \leq 0$, 即 $0 < a \leq 1$ 时, $f'(x) > 0$ 在区间 $(0, 1)$ 上恒成立,

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是增函数.

所以当 $x = 0$ 时, $f(x)_{\min} = a$ 7 分

② 当 $0 < \ln a < 1$, 即 $1 < a < e$ 时, $f'(x)$ 与 $f(x)$ 的情况如下:

x	$(0, \ln a)$	$\ln a$	$(\ln a, 1)$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$\searrow$	极小值	$\nearrow$

所以当 $x = \ln a$ 时, $f(x)_{\min} = \ln a + 1$ 9 分

③ 当 $\ln a \geq 1$, 即 $a \geq e$ 时, $f'(x) < 0$ 在区间 $(0, 1)$ 上恒成立,

所以函数 $f(x)$ 在区间 $[0, 1]$ 上是减函数.

所以当 $x = 1$ 时, $f(x)_{\min} = 1 + \frac{a}{e}$.

综上, $f(x)_{\min} = \begin{cases} a, & a \leq 1, \\ \ln a + 1, & 1 < a < e, \\ 1 + \frac{a}{e}, & a \geq e. \end{cases}$ 11 分

(III) 解法 1: 设 $g(x) = f(\ln a - x) - f(\ln a + x)$

$$= \ln a - x + \frac{a}{e^{\ln a - x}} - \left(\ln a + x + \frac{a}{e^{\ln a + x}} \right)$$

$$= -2x + e^x - \frac{1}{e^x},$$

$$\text{所以 } g'(x) = -2 + e^x + \frac{1}{e^x}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{令 } h(x) = -2 + e^x + \frac{1}{e^x}, \text{ 则 } h'(x) = e^x - \frac{1}{e^x}.$$

$$\text{因为 } x > 0, \text{ 所以 } e^x > 1, \quad 0 < \frac{1}{e^x} < 1.$$

$$\text{所以 } h'(x) > 0, \text{ 即 } h(x) \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上单调递增.} \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

$$\text{又因为 } h(x) > h(0) = 0,$$

$$\text{所以 } g'(x) > 0.$$

$$\text{所以 } g(x) \text{ 在 } (0, +\infty) \text{ 上是单调递增.} \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } g(x) > g(0) = 0.$$

$$\text{所以 } g(x) = f(\ln a - x) - f(\ln a + x) > 0.$$

$$\text{所以 } f(\ln a - x) > f(\ln a + x). \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

【解法 2】: 设 $g(x) = f(\ln a - x) - f(\ln a + x)$

$$= \ln a - x + \frac{a}{e^{\ln a - x}} - \left(\ln a + x + \frac{a}{e^{\ln a + x}} \right)$$

$$= -2x + e^x - \frac{1}{e^x},$$

$$\text{所以 } g'(x) = -2 + e^x + \frac{1}{e^x}. \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

$$\text{因为 } x > 0, \text{ 所以 } e^x > 0, \quad \frac{1}{e^x} > 0, \text{ 且 } e^x \neq \frac{1}{e^x},$$

$$\text{所以 } -2 + e^x + \frac{1}{e^x} > 2\sqrt{e^x \cdot \frac{1}{e^x}} - 2 = 0. \quad \dots\dots\dots 13 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } g'(x) > 0.$$

$$\text{所以函数 } g(x) \text{ 在区间 } (0, +\infty) \text{ 上是增函数.} \quad \dots\dots\dots 14 \text{ 分}$$

$$\text{所以 } g(x)_{\min} > g(0) = 0.$$

$$\text{所以 } g(x) = f(\ln a - x) - f(\ln a + x) > 0.$$

$$\text{所以 } f(\ln a - x) > f(\ln a + x). \quad \dots\dots\dots 15 \text{ 分}$$

(21) (共 15 分)

解: (I) 数列 1,1,1,5 不是全覆盖数列, 数列 1,2,4,8 是全覆盖数列. $\dots\dots\dots 4 \text{ 分}$

(II) 由题知, $a_1 = 1$. 若不成立, 则 $a_1 \geq 2$, 那么 $a_1 + a_2 + \dots + a_N \geq 2N$ 与假设矛盾.

$$\text{因为 } s \leq 2N - 1, \text{ 即 } a_1 + a_2 + \dots + a_N \leq 2N - 1. \text{ ①}$$

又 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-1} \geq N-1$,

所以 $1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-1} \geq N$.

所以 $-(a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-1}) \leq -N+1$. ②

由①+②得, $a_N \leq N$.

所以 $a_N \leq N \leq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-1}$ 7分

当 $a_N = 1$ 时, $a_1 = a_2 = \cdots = a_{N-1} = 1$,

得 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-1} = N-1 \leq 2N-3$, 命题成立.

此时, 当 $2 \leq n \leq N-1$ 时, $a_n \leq n \leq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}$ 成立.

当 $a_N \geq 2$ 时, 得 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-1} \leq 2N-3$.

同理可得, $a_{N-1} \leq N-1 \leq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{N-2}$.

归纳可得, 当 $2 \leq n \leq N-1$ 时, $a_n \leq n \leq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}$.

综上可得, 命题成立. 9分

(III) 下面证明, 当 $1 \leq n \leq N$ 时, 对于任意的 $t \leq a_1 + a_2 + \cdots + a_n$,

存在子列 $a_{t_1}, a_{t_2}, \cdots, a_{t_m}$, 其中 $t_1, t_2, \cdots, t_m \in \{1, 2, 3, \cdots, n\}$,

使得 $a_{t_1} + a_{t_2} + \cdots + a_{t_m} = t$.

(1) 当 $n=1$ 时, $a_1=1$, 所以当 $t \leq S_1=1$ 时, 有 $t=a_1$.

当 $n=2$ 时, 则 $a_2 \leq a_1+1=2$.

所以 $a_1=1, a_2=1$, $a_1+a_2=2$. 对于任意 $t \leq 2$, 命题成立.

或 $a_1=1, a_2=2$, $a_1+a_2=3$. 对于任意 $t \leq 3$, 命题成立. 10分

(2) 假设当 $n=k(k \leq N-1)$ 时, 命题成立.

即对于任意的正整数 $t \leq a_1 + a_2 + \cdots + a_k$, 存在子列 $a_{t_1}, a_{t_2}, \cdots, a_{t_m}$,

其中 $t_1, t_2, \cdots, t_m \in \{1, 2, 3, \cdots, k\}$, 使得 $a_{t_1} + a_{t_2} + \cdots + a_{t_m} = t$.

则当 $n=k+1$ 时, 对于任意的正整数 $t \leq a_1 + a_2 + \cdots + a_k + a_{k+1}$.

①当正整数 $t \leq a_1 + a_2 + \cdots + a_k$ 时, 由假设成立.

存在子列 $a_{t_1}, a_{t_2}, \cdots, a_{t_m}$, 其中 $t_1, t_2, \cdots, t_m \in \{1, 2, 3, \cdots, k\}$,

使得 $a_{t_1} + a_{t_2} + \cdots + a_{t_m} = t$ 12分

②当正整数 $t \geq a_1 + a_2 + \cdots + a_k + 1$ 时,

因为 $a_{k+1} \leq 1 + a_1 + a_2 + \cdots + a_k$, 所以 $t \geq a_{k+1}$.

若 $t = a_{k+1}$, 则此时成立.

若 $t > a_{k+1}$, 则 $1 \leq t - a_{k+1} \leq a_1 + a_2 + \cdots + a_k$ 13 分

由假设, 存在子列 $a_{t'_1}, a_{t'_2}, \cdots, a_{t'_m}$, 其中 $t'_1, t'_2, \cdots, t'_m \in \{1, 2, 3, \cdots, k\}$,

使得 $a_{t'_1} + a_{t'_2} + \cdots + a_{t'_m} = t - a_{k+1}$,

整理得 $t = a_{t'_1} + a_{t'_2} + \cdots + a_{t'_m} + a_{k+1}$, 此时 $t'_1, t'_2, \cdots, t'_m, k+1 \in \{1, 2, 3, \cdots, k, k+1\}$.

即命题成立.

综上, 对于任意的 $t \leq a_1 + a_2 + \cdots + a_N$, 存在子列 $a_{t_1}, a_{t_2}, \cdots, a_{t_m}$,

其中 $t_1, t_2, \cdots, t_m \in \{1, 2, 3, \cdots, N\}$, 使 $a_{t_1} + a_{t_2} + \cdots + a_{t_m} = t$.

所以数列 Q 为全覆盖数列. 15 分