# 福州格致中学 2017-2018 高一（下）期末考

# 数学质量检测试

**一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

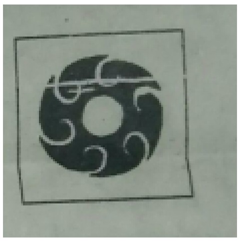
1、已知$\vec{a}=(1,2),\vec{b}=(0,1),\vec{c}=(-2,k)$，若$\vec{a}+2\vec{b}\ //\ \vec{c}$，则$k=$（　　）

A. $8$　　B. $-8$　　C. $-\frac{1}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

2、在$\triangle ABC$中，角$B=90^\circ,a=4\sqrt{2},b=4\sqrt{3}$那么角$A=$（　　）

A. $30^\circ$　　B. $45^\circ$　　C. $135^\circ$　　D. $45^\circ$或 $135^\circ$

3、纹样是中国艺术宝库的瑰宝，火纹是常见的一种传统纹样，为了测算某火纹纹样（如图阴影部分所示）的面积，作一个边长为 5 的正方形将其包含在内，并向该正方形内随机投掷 2000 个点，已知恰有 800 个点落在阴影部分，据此可估计阴影部分的面积是　（　　）



A. $2$　　B. $3$　　C. $10$　　D. $15$

4、从分别写有 1,2,3,4,5 的 5 张卡片中随机抽取 1 张，放回后再随机抽取 1 张，则抽得的第一张卡片上的数不大于第二张卡片上的数的概率为　（　　）

A. $\frac{9}{10}$　　B. $\frac{4}{5}$　　C. $\frac{7}{10}$　　D. $\frac{3}{5}$

5、已知$\tan\theta=3$则$\dfrac{\sin\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right)+2\cos(\pi+\theta)}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)-\sin(\pi-\theta)}$等于　（　　）

A. -$\frac{3}{2}$　　B. $\frac{3}{2}$　　C. $0$　　D. $\frac{2}{3}$

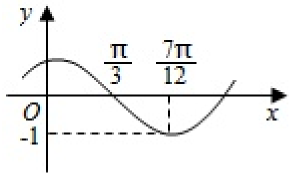
6、 $O$为$\triangle ABC$的外心，$AB=4,AC=2$，则$\overrightarrow{BC}\bullet\overrightarrow{AO}$的值为　（　　）

A. $-8$　　B. $8$　　C. $-6$　　D. $6$

7、在 $\triangle ABC$中，$\tan A+\tan B+\sqrt{3}=\sqrt{3}\tan A\tan B$则 $C$等于　（　　）

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$　　C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{2\pi}{3}$

8、函数 $f(x)=\sin(\omega x+\varphi)\left(|\varphi|<\dfrac{\pi}{2},\omega>0\right)$的图像如图所示，为了得到 $y=\sin\omega x$ 的图像，只需把 $y=f(x)$ 图像上所有的点　　　　　　　　（　　）



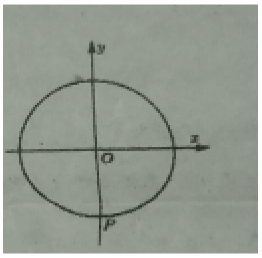

A. 向右平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度

B. 向右平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 的单位长度

C. 向左平移 $\dfrac{\pi}{6}$ 个单位长度

D. 向左平移 $\dfrac{\pi}{12}$ 的单位长度

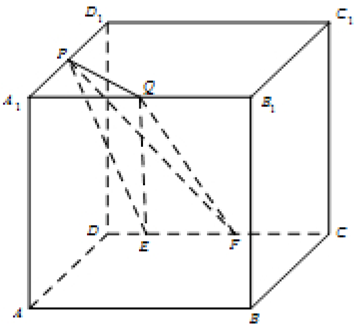
9、如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，质点 $M,N$ 间隔 3 分钟先后从点 $P$ 出发，绕原点按逆时针方向作角速度为 $\dfrac{\pi}{6}$ 弧度/分钟的匀速圆周运动，则 $M$ 与 $N$ 的纵坐标之差第 4 次达到最大值时，$N$ 运动的时间为　（　　）




A. 37.5 分钟　　　　B. 40.5 分钟

C. 49.5 分钟　　　　D. 52.5 分钟

10、如图，在棱长为 $a$ 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$P$ 为 $A_1D_1$ 的中点，$Q$ 为 $A_1B_1$ 上任意一点，$E,F$ 为 $CD$ 上任意两点，且 $EF$ 的长为定值，则下面的四个值中不为定值的是（　　）




A. 点 $P$ 到平面 $QEF$ 的距离

B. 三棱锥 $P-QEF$ 的体积

C. $PQ$ 与平面 $PEF$ 所成的角

D. 二面角 $P-EF-Q$ 的大小

11、已知定义在 $R$ 上的函数 $f(x)$ 满足：

① $f(1)=0;$

②对任意的 $x\in R$ 都有 $f(-x)=-f(x)$；

③对任意的 $x_1,x_2\in(0,+\infty)$ 且 $x_1\neq x_2$ 时总有 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}>0$ 记 $g(x)=\dfrac{2f(x)-3f(-x)}{x-1}$，则不等式 $g(x)\leq 0$ 的解集为　　　　　　（　　）

A. $[-1,0)\cup(0,1)$　　B. $(-\infty,-1]\cup(0,1)$　　C. $[-1,0)$　　D. $[-1,0]$

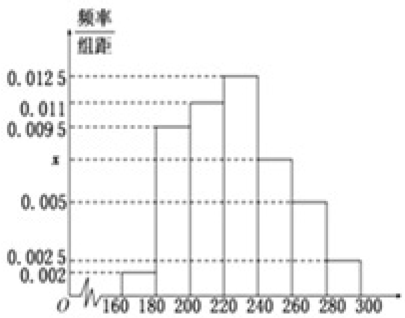
12、已知 $f(x)=\sin\omega x-\cos\omega x(\omega>\dfrac{1}{4},x\in R)$，若 $f(x)$ 的任何一条对称轴与 $x$ 轴交点的横坐标都不属于区间 $(2\pi,3\pi)$，则 $\omega$ 的取值范围是

A. $\left[\dfrac{3}{8},\dfrac{11}{12}\right]\cup\left[\dfrac{11}{8},\dfrac{19}{12}\right]$　　B. $\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{5}{12}\right]\cup\left[\dfrac{5}{8},\dfrac{3}{4}\right]$　　C. $\left[\dfrac{3}{8},\dfrac{7}{12}\right]\cup\left[\dfrac{7}{8},\dfrac{11}{12}\right]$　　D. $\left(\dfrac{1}{4},\dfrac{3}{4}\right]\cup\left[\dfrac{9}{8},\dfrac{17}{12}\right]$

**二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分**

13、已知向量 $\vec{a}=(2,3),\vec{b}=(-2,1)$ 则 $\vec{a}$ 在 $\vec{b}$ 方向上的投影等于

14、某重点中学 100 位学生在市统考中的理科综合分数，以 $[160,180),[180,200),[200,220),[220,240),[240,260)$ $[260,280),[280,300]$ 分组的频率分布直方图如图，理科综合分数的中位数为




理科综合分数

15、设 $f(x)$ 是定义在 $R$ 上的偶函数，对 $x\in R$，都有 $f(x-2)=f(x+2)$，且当 $x\in[-2,0]$ 时，$f(x)=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x-1$，若在区间 $(-2,6]$ 内关于 $x$ 的方程 $f(x)-\log_a(x+2)=0(a>1)$ 恰有 3 个不同的实数根，则 $a$ 的取值范围是______。

16、已知直线 $l:kx+y+3k-\sqrt{3}=0$ 与圆 $x^2+y^2=12$ 交于 $A,B$ 两点，过 $A,B$ 分别做 $l$ 的垂线与 $x$ 轴交于 $C,D$ 两点，若 $AB=2\sqrt{3}$ 则 $|CD|=$ _________。

**三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答必需写出必要的文字说明，推理过程或计算步骤）**

17、在△$ABC$ 中，角 $A,B,C$ 所对的边分别为 $a,b,c$，且 $\sin^2 B+\sin^2 C=\sin^2 A+\sin B\sin C$

（1）求角 $A$ 的大小；

（2）若 $2\sin B\sin C+\cos 2A=1$ 判断△$ABC$ 的形状.

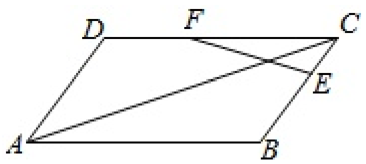
18、（1）化简：$\cos 40^\circ\left(1+\sqrt{3}\tan 10^\circ\right)$

（2）已知$\cos\left(\alpha-\dfrac{\beta}{2}\right)=-\dfrac{1}{3},\alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right),\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-\beta\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{3},\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$，求$\cos(\alpha+\beta)$

19、如图，平行四边形　$ABCD$　中，$\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{CE}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CF}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CD}$

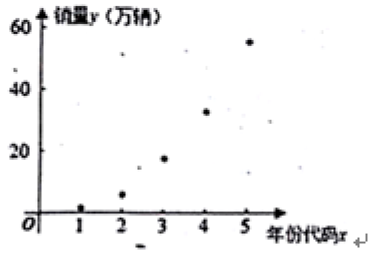
（1）用$\vec{a},\vec{b}$表示$\overrightarrow{EF}$

（2）若$\left|\vec{a}\right|=1,\left|\vec{b}\right|=4,\angle DAB=60^\circ$分别求$\left|\overrightarrow{EF}\right|$和$\overrightarrow{AC}\bullet\overrightarrow{EF}$的值



20、习近平总书记在十九大报告中指出，必须树立和践行“绿色青山就是金山银山”的生态文明发展理念，这将进一步推动新能源汽车产业的迅速发展，以下是近几年我国新能源乘用车的年销售量数据及其散点图：

| 年份 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 |
|---|---|---|---|---|---|
| 年份代码 $x$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 新能源乘用车年销售量 $y$（万辆） | 1.5 | 5.9 | 17.7 | 32.9 | 55.6 |




（1）请根据散点图判断，$y=ax+b$与$y=cx^2+d$中哪一个更适宜作为年销售量 $y$ 关于年份代码 $x$ 的回归方程类型？（给出判断即可，不必说明理由）

（2）根据（1）的判断结果及表中数据，建立  关于  的回归方程，并预测 2018 年我国新能源乘用车的销售量（精确到 0.1）

附：1.最小二乘法估计公式：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2},\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$$

2. 参考数据：

| $\overline{y}$ | $\sum_{i=1}^{5}(w_i-\overline{w})^2$ | $\sum_{i=1}^{5}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})$ | $\sum_{i=1}^{5}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})$ |
|---|---|---|---|
| 22.72 | 374 | 135.2 | 851.2 |
| 其中 $w_i=x_i^2$ | | | |

21、已知向量$\vec{a}=(2\cos x,\sin x)$，向量$\vec{b}=\left(\sin(x+\dfrac{\pi}{3}),2\cos(x+\dfrac{\pi}{3})\right),f(x)=\vec{a}\bullet\vec{b}-1$　　求：

（1）$f(x)$的最小正周期及单调区间；

（2)是否存在 $\triangle ABC$，使角$A,B$是方程$f(x)=0$的两不等实根？若存在求内角$C$的大小，若不存在说明理由。

22、已知方程$x^2+y^2-2x-4y+m=0$

（1）若此方程表示圆，求$m$ 的取值范围；

（2）若（1）中圆与直线$x+2y-4=0$相交于$M,N$两点，且坐标原点在以 $MN$为直径的圆外，求$m$ 的取值范围。

# 福州格致中学2017-2018期末考（高一）数学

# 质量检测试卷答案

**一、选择题：本大题考查基础知识和基本运算，每小题5分，满分60分.**

（1）$B$　　（2）$B$　　（3）$C$　　（4）$D$　　（5）$B$　　（6）$C$

（7）$C$　　（8）$A$　　（9）$C$　　（10）$C$　　（11）$C$　　（12）$C$

**二、填空题：本大题考查基础知识和基本运算．每小题 5 分，满分 20 分.**

（13）$-\dfrac{\sqrt{13}}{13}$　　（14）220.2　　（15）$\left(1,\sqrt[3]{4}\right)$　　（16）4

**三、解答题：本大题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

(1)由正弦定理可得 $b^2+c^2=a^2+bc$，

由余弦定理：$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}=\dfrac{1}{2}$，

$\because A\in(0,\pi)$，

17 $\therefore A=\dfrac{\pi}{3}$；

(2) $\because 2\sin B\sin C+\cos 2A=1$

$\therefore 2\sin B\sin C=1-\cos 2A$

$\therefore 2\sin B\sin C=2\sin^2 A$

$\therefore bc=a^2$ ①

由(1)得：$b^2+c^2=a^2+bc$ ②

联立解得：$\begin{cases}b=a\\c=a\end{cases}$ 或 $\begin{cases}b=-a\\c=-a\end{cases}$ 不合题意

$\therefore a=b=c$

$\therefore \triangle ABC$为等边三角形

18

$\sin 50^\circ\left(1+\sqrt{3}\tan 10^\circ\right)$

$=\sin 50^\circ\left[1+\sqrt{3}\,\dfrac{\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}\right]$

$=\sin 50^\circ\,\dfrac{\cos 10^\circ+\sqrt{3}\sin 10^\circ}{\cos 10^\circ}$

$=\sin 50^\circ\,\dfrac{2\sin\left(30^\circ+10^\circ\right)}{\cos 10^\circ}$

$=\dfrac{2\sin 50^\circ\sin 40^\circ}{\cos 10^\circ}$

$=\dfrac{\sin 80^\circ}{\cos 10^\circ}$

$=1$，

(2) $\because\ \alpha\in\left(\dfrac{\pi}{2},\pi\right)$，$\beta\in\left(0,\dfrac{\pi}{2}\right)$

$\therefore\ \alpha-\dfrac{\beta}{2}\in\left(\dfrac{\pi}{4},\pi\right)$

$\therefore \sin\left(\alpha-\dfrac{\beta}{2}\right)=\sqrt{1-\dfrac{1}{9}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ ...(7分)

又 $\dfrac{\alpha}{2}-\beta\in\left(-\dfrac{\pi}{4},\dfrac{\pi}{2}\right)$，$\therefore\cos\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)=\sqrt{1-\dfrac{6}{9}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ..(9分)

$\because\cos\left[\left(\alpha-\dfrac{\beta}{2}\right)-\left(\dfrac{\alpha}{2}-\beta\right)\right]$

$=\cos\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)$

$=\left(-\dfrac{1}{3}\right)\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\dfrac{2\sqrt{2}}{3}\,\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ... (11分)

$\therefore\cos(\alpha+\beta)=2\cos^2\left(\dfrac{\alpha+\beta}{2}\right)-1=-\dfrac{1}{3}$ ...(12分)

19. （1）

$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CF}-\overrightarrow{CE}$

$=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CD}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{CB}$

$=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$

(2) $\because|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=4,\angle DAB=60^\circ$ ，

$\therefore|\overrightarrow{EF}|^2=\left(\dfrac{1}{3}\vec{b}-\dfrac{2}{3}\vec{a}\right)^2=\dfrac{1}{9}|\vec{b}|^2-\dfrac{4}{9}\vec{a}\cdot\vec{b}+\dfrac{4}{9}|\vec{a}|^2=\dfrac{16}{9}-\dfrac{4}{9}\times 1\times 4\times\cos 60^\circ+\dfrac{4}{9}=\dfrac{4}{3}$ .

$\therefore|\overrightarrow{EF}|=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$；

$$\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{FE}=\left(\vec{a}+\vec{b}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\vec{a}-\frac{1}{3}\vec{b}\right)$$
$$=\frac{2}{3}|\vec{a}|^2+\frac{1}{3}\vec{a}\cdot\vec{b}-\frac{1}{3}|\vec{b}|^2$$
$$=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\times1\times4\times\cos60^\circ-\frac{16}{3}$$
$$=-\frac{8}{3}$$

20

**解析：**

（Ⅰ）根据散点图，

$y=cx^2+d$ 更适宜作为年销量 $y$ 关于年份代码 $x$ 的回归方程；……… 2 分

（Ⅱ）依题意，$\overline{w}=11$， ……… 7 分

$$\hat{c}=\frac{\sum_{i=1}^{5}(w_i-\overline{w})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{5}(w_i-\overline{w})^2}=\frac{851.2}{374}\approx2.28$$ ， ………………9 分

$\hat{d}=\overline{y}-\hat{c}\overline{w}=22.72-2.28\times11=-2.36$， ………………10 分

$\hat{y}=2.28w-2.36=2.28x^2-2.36$． ……… 12 分

令 $x=6$，$\hat{y}=79.72$，预测 2018 年我国新能源乘用车的销量为 79.7 万辆．

21

(1) $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}-1$

$=2\cos x\cdot\sin(x+\frac{\pi}{3})+\sin x\cdot2\cos(x+\frac{\pi}{3})-1$

$=\sin x\cdot\cos x+\sqrt{3}\cos^2x+\sin x\cos x-\sqrt{3}\sin^2x-1$

$=\sin2x+\sqrt{3}\cos2x-1$

$=2\sin(2x+\frac{\pi}{3})-1$

$\therefore T=\frac{2\pi}{2}=\pi$

单调递增区间：$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le2x+\frac{\pi}{3}\le\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in Z$

$\therefore\ -\frac{5\pi}{12}+k\pi\le x\le\frac{\pi}{12}+k\pi,k\in Z$

（2）不存在

(2) 令 $f(x)=0$，则 $\sin(2x+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$

$\because A,B$ 为 $\triangle ABC$ 内两内角

$\therefore x\in(0,\pi)$ $\therefore \frac{\pi}{3}<2x+\frac{\pi}{3}<\frac{7\pi}{3}$

当 $\sin(2x+\frac{\pi}{3})=\frac{1}{2}$ 时，$x_1=\frac{5}{6}\pi$，$x_2=\frac{13}{6}\pi$

$x_1+x_2=3\pi>\pi$ $\therefore$ 不符三角形条件.

22

(1) $\because$ 程 $x^2+y^2-2x-4y+m=0$ 表示圆，

$\therefore \triangle=(-2)^2+(-4)^2-4m>0$，

解得 $m<5$ ，

$\therefore$ 实数 $m$ 的取值范围是 $(-\infty,5)$ .

(2)直线 $x+2y-4=0$ 代入圆的方程，消去 $x$ 可得： $5y^2-16y+8+m=0$

$\because \triangle>0, \therefore m<\frac{24}{5}$ ，

设 $M(x_1,y_1)$，$N(x_2,y_2)$，则 $y_1+y_2=\frac{16}{5}$，$y_1y_2=\frac{8+m}{5}$，

$\therefore x_1x_2=(4-2y_1)(4-2y_2)=16-8(y_1+y_2)+4y_1y_2=\frac{-16+4m}{5}$，

$\because$ 坐标原点 $O$ 在以 $MN$ 为径的圆的外部，

$\therefore \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}>0$，

$\therefore x_1x_2+y_1y_2>0$，

$\therefore \frac{-16+4m}{5}+\frac{8+m}{5}>0$

解得 $m>\frac{8}{5}$ .