准考证号________________　　　姓名________________

（在此卷上答题无效）

保密★启用前

泉州市2020届普通高中毕业班第二次质量检查

理 科 数 学

2020.5

本试卷共23题，满分150分，共5页．考试用时120分钟．

注意事项：

1．答题前，考生先将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．

2．考生作答时，将答案答在答题卡上．请按照题号在各题的答题区域（黑色线框）内作答，超出答题区域书写的答案无效．在草稿纸、试题卷上答题无效．

3．选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号；非选择题答案使用0.5毫米的黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整、笔迹清楚．

4．保持答题卡卡面清洁，不折叠、不破损．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1．已知集合 $A=\{x|-x+1\geqslant 0\}$，$B=\{x|2x^2-x-1\leqslant 0\}$，则 $A\cup B=$

A．$(-\infty,1]$　　B．$[-1,\frac{1}{2}]$　　C．$[-\frac{1}{2},1]$　　D．$[-\frac{1}{2},+\infty)$

2．$(x-1)(x-2)^7$ 的展开式中 x^6 的系数为

A．14　　B．28　　C．70　　D．98

3．已知向量 $\overrightarrow{AB}=(1,2),\overrightarrow{AC}=(4,-2)$，则 $\triangle ABC$ 的面积为

A．5　　B．10　　C．25　　D．50

4．平面直角坐标系中，角 α 的顶点与原点重合，始边与 x 轴的非负半轴重合，终边过点 $M(-3,4)$，则

$\sin(\pi-2\alpha)=$

A．$\frac{7}{25}$　　B．$-\frac{7}{25}$　　C．$\frac{24}{25}$　　D．$-\frac{24}{25}$

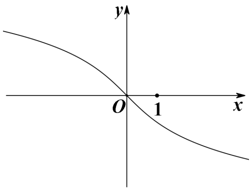
5．音乐与数学有着密切的联系，我国春秋时期有个著名的“三分损益法”：以“宫”为基本音，“宫”经过一次“损”，频率变为原来的 $\frac{3}{2}$，得到“徵”；“徵”经过一次“益”，频率变为原来的 $\frac{3}{4}$，得到“商”；…….依

次损益交替变化，获得了“宫、徵、商、羽、角”五个音阶．据此可推得

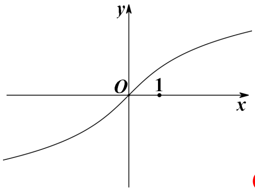
A．“宫、商、角”的频率成等比数列　　B．“宫、徵、商”的频率成等比数列

C．“商、羽、角”的频率成等比数列　　D．“徵、商、羽”的频率成等比数列

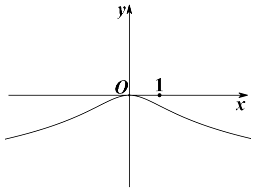
6．函数 $f(x)=\ln(\sqrt{x^2+1}-kx)$ 的图象不可能是



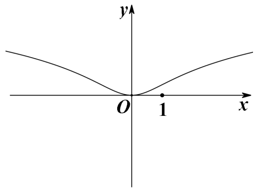
A．



B．



C．

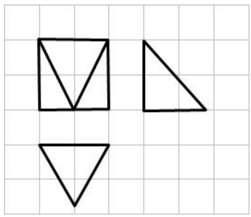


D．

7．已知 $a=(\sin 2)^2$，$b=2^{\sin 2}$，$c=\log_{\frac{1}{2}}(\sin 2)$，则

A．$b>c>a$　　B．$b>a>c$　　C．$a>b>c$　　D．$c>b>a$

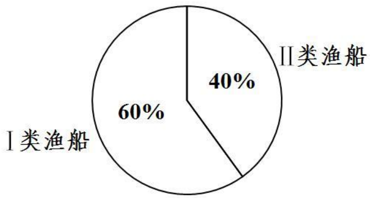
8．如图，网格纸上小正方形的边长为 1，粗实线画出的是某几何体的三视图，其中俯视图是等边三角形，则该几何体的外接球的表面积为



A．10π　　B．$\frac{28}{3}\pi$

C．9π　　D．$\frac{25}{3}\pi$

9．每年的台风都对泉州地区的渔业造成较大的经济损失．某保险公司为此开发了针对渔船的险种，并将投保的渔船分为 I，II 两类，两类渔船的比例如图所示．经统计，2019 年 I，II 两类渔船的台风遭损率分别为15% 和 5%．



2020 年初，在修复遭损船只的基础上，对 I 类渔船中的 20% 进一步改造．保险公司预估这些经过改造的渔船 2020 年的台风遭损率将降为 3%，而其他渔船的台风遭损率不变．假设投保的渔船不变，则下列叙述中正确的是

A．2019 年投保的渔船的台风遭损率为 10%

B．2019 年所有因台风遭损的投保的渔船中，I 类渔船所占的比例不超过 80%

C．预估 2020 年 I 类渔船的台风遭损率会小于 II 类渔船的台风遭损率的两倍

D．预估 2020 年经过进一步改造的渔船因台风遭损的数量少于 II 类渔船因台风遭损的数量

10．已知双曲线 E 的左、右焦点分别为 F_1,F_2，左、右顶点分别为 M,N．点 P 在 E 的渐近线上，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=0$，$\angle MPN=\frac{\pi}{3}$，则 E 的离心率为

A．$\frac{\sqrt{15}}{3}$　　B．$\frac{\sqrt{21}}{3}$　　C．$\frac{5}{3}$　　D．$\sqrt{13}$

11．若$\omega>0$，函数$f(x)=3\sin\omega x+4\cos\omega x$（$0\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{3}$）的值域为$[4,5]$，则$\cos(\frac{\pi}{3}\omega)$的取值范围是

A．$\left[-1,-\frac{7}{25}\right]$　　B．$\left[-\frac{7}{25},1\right]$　　C．$\left[\frac{7}{25},\frac{3}{5}\right]$　　D．$\left[\frac{7}{25},\frac{4}{5}\right]$

12．以A,B,C,D,E为顶点的多面体中，$AC\perp CB$，$AD\perp DB$，$AE\perp EB$，$AB=10$，$CD=6$，则该多面体的体积的最大值为

A．$30\sqrt{3}$　　B．80　　C．90　　D．$50\sqrt{3}$

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分．将答案填在答题卡的相应位置．

13．在复平面中，复数z_1,z_2对应的点分别为$Z_1(1,2),Z_2(2,-1)$．设z_1的共轭复数为$\overline{z_1}$，则

$\overline{z_1}\cdot z_2=$_______．

14．已知点$A(-1,0)$，$B(1,0)$，过A的直线与抛物线$y^2=4x$相交于P,Q两点．若P为AQ中点，则

$\frac{|PB|}{|QB|}=$_______．

15．$\triangle ABC$中，角A,B,C所对的边分别为a,b,c，$a\sin B=\sqrt{3}b\cos A$，$a=3$．若点D在边BC上，且$BD=2DC$，则AD的最大值是_______．

16．若存在过点$(1,\frac{a}{2})$的直线l与函数$f(x)=x+\mathrm{e}^x$，$g(x)=x-\mathrm{e}^{a-x}$的图象都相切，则$a=$_______．

三、解答题：共70分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤．第17～21题为必考题，每个试题考生都必须作答．第22、23　题为选考题，考生根据要求作答．

（一）必考题：共60分．

17．（12分）

记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和，且$a_1=2$，$2S_n=(n+1)a_n$．

（1）求S_n；

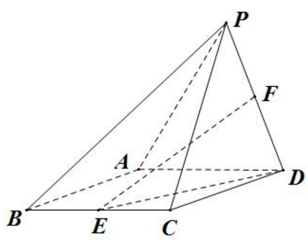
（2）若$b_n=\frac{a_{n+1}}{S_{n+1}\cdot S_n}$，数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$，证明：$T_n<\frac{1}{2}$．

18．（12 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 的底面为菱形，$\angle BAD=120^{\circ}$，$AB=2$．平面 $PCD\perp$ 平面 $ABCD$，$PC=PD$，E，F 分别是 BC，PD 的中点．

（1）求证：$EF//$平面 PAB；

（2）若直线 PB 与平面 $ABCD$ 所成的角为 45°，求直线 DE 与平面 PBC 所成角的正弦值．



19．（12 分）

已知圆 $O:x^2+y^2=3$，直线 PA 与圆 O 相切于点 A，直线 PB 垂直 y 轴于点 B，且 $|PB|=2|PA|$．

（1）求点 P 的轨迹 E 的方程；

（2）直线 PA 与 E 相交于 P,Q 两点，若 $\triangle POA$ 的面积是 $\triangle QOA$ 的面积的两倍，求直线 PA 的方程．

20．（12 分）

“业务技能测试”是量化考核员工绩效等级的一项重要参考依据．某公司为量化考核员工绩效等级设计了 A, B 两套测试方案，现各抽取 100 名员工参加 A, B 两套测试方案的预测试，统计成绩（满分 100 分），得到如下频率分布表．

成绩 频率	$[25,35)$	$[35,45)$	$[45,55)$	$[55,65)$	$[65,75)$	$[75,85)$	$[85,95]$
方案 A	0.02	0.11	0.22	0.30	0.24	0.08	0.03
方案 B	0.16	0.18	0.34	0.10	0.10	0.08	0.04

（1）从预测试成绩在 $[25,35)\cup[85,95]$ 的员工中随机抽取 6 人，记参加方案 A 的人数为 X，求 X 的最有可能的取值；

（2）由于方案 A 的预测试成绩更接近正态分布，该公司选择方案 A 进行业务技能测试．测试后，公司统计了若干部门测试的平均成绩 x 与绩效等级优秀率 y，如下表所示：

x	32	41	54	68	74	80	92
y	0.28	0.34	0.44	0.58	0.66	0.74	0.94

根据数据绘制散点图，初步判断，选用 $y=\lambda e^{\mu x}$ 作为回归方程．令 $z=\ln y$，经计算得 $\overline{z}=-0.642$，

$$\frac{\sum_{i=1}^{7}x_iz_i-n\overline{x}\overline{z}}{\sum_{i=1}^{7}x_i^2-n\overline{x}^2}\approx 0.02，\ln 0.15\approx -1.9.$$

（ⅰ）若某部门测试的平均成绩为 60，则其绩效等级优秀率的预报值为多少？

（ⅱ）根据统计分析，大致认为各部门测试平均成绩 $x\sim N(\mu,\sigma^2)$，其中 μ 近似为样本平均数 $\overline{x}$，σ^2 近似为样本方差 s^2，求某个部门绩效等级优秀率不低于 0.78 的概率为多少？

参考公式与数据：(1) $\ln 3.32\approx 1.2$，$\ln 5.2\approx 1.66$，$s\approx 20$．

(2) 线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$ 中，$\hat{b}=\dfrac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2}$，$\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}$．

(3) 若随机变量 $X\sim N(\mu,\sigma^2)$，则 $P(\mu-\sigma<X<\mu+\sigma)=0.6826$，

$P(\mu-2\sigma<X<\mu+2\sigma)=0.9544$，$P(\mu-3\sigma<X<\mu+3\sigma)=0.9974$．

21．（12 分）

已知函数 $f(x)=(\frac{1}{2}x^2-ax)\ln x-\frac{1}{4}x^2+ax$．

（1）若 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 单调递增，求 a 的值；

（2）当 $\frac{1}{4}<a<\frac{3}{4}e$ 时，设函数 $g(x)=\dfrac{f(x)}{x}$ 的最小值为 $h(a)$，求函数 $h(a)$ 的值域.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分．

22．［选修 4—4：坐标系与参数方程］（10 分）

直角坐标系 xOy 中，圆 C_1: $\begin{cases}x=2\cos\alpha,\\ y=2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$ 为参数）上的每一点的横坐标不变，纵坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$，得到曲线 C_2．以坐标原点 O 为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为

$\rho = \dfrac{4}{2\sin\theta - \cos\theta}$.

（1）求 C_2 的普通方程和 l 的直角坐标方程；

（2）设 l 与两坐标轴分别相交于 A,B 两点，点 Q 在 C_2 上，求 $\triangle QAB$ 的面积的最大值．

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知函数 $f(x)=|x+2|+|x-3|+mx$．

（1）当 $m=1$ 时，求不等式 $f(x)\leqslant 8$ 的解集；

（2）当 $0<m\leqslant 1$ 时，证明：$f(x)\geqslant 3$．