取球问题参考答案

1.（1）思路：因为是不放回的取球，所以后面取球的情况受到前面的影响，要使用条件概率相关公式进行计算。第一次已经取到白球，所以剩下 6 个黑球，3 个白球；若第二次取到黑球，则第三次取到黑球的概率为$\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}$，若第二次取到白球，则第三次取到黑球的概率为$\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}$，从而能够得到第三次取到黑球的概率

解：设事件 A 为“不放回取球，第一次取出白球时，第三次取到黑球”

$\therefore P\left(A\right)=\frac{6}{9}\cdot\frac{5}{8}+\frac{3}{9}\cdot\frac{6}{8}=\frac{48}{72}=\frac{2}{3}$

（2）思路：因为是有放回的取球，所以每次取球的结果互不影响，属于独立重复试验模型，

解：设事件 B 为“有放回取球，第一次取出白球时，第三次取到黑球”

4/10*6/10+6/10*6/10=3/5

（3）思路：本问依然属于独立重复试验模型，X 的取值为 $0,1,2,3$，则 X 符合二项分布，即 $X\sim B\left(3,\frac{2}{5}\right)$，所以可通过二项分布的概率计算公式求得概率，得到分布列

解：X 的取值为 $0,1,2,3$，依题意可得：$X\sim B\left(3,\frac{2}{5}\right)$

$\therefore P\left(X=0\right)=C_3^0\left(\frac{3}{5}\right)^3=\frac{27}{125}$ $\qquad$ $P\left(X=1\right)=C_3^1\left(\frac{3}{5}\right)^2\left(\frac{2}{5}\right)=\frac{54}{125}$

$P\left(X=2\right)=C_3^2\left(\frac{3}{5}\right)^1\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{36}{125}$ $\qquad$ $P\left(X=3\right)=C_3^3\left(\frac{2}{5}\right)^3=\frac{8}{125}$

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{125}$	$\frac{54}{125}$	$\frac{36}{125}$	$\frac{8}{125}$

$\because X\sim B\left(3,\frac{2}{5}\right)$

$\therefore EX=3\cdot\frac{2}{5}=\frac{6}{5}$ $\qquad$ $DX=3\cdot\frac{2}{5}\cdot\frac{3}{5}=\frac{18}{25}$

2.思路：本题这三问的关键在于所取球中红球的个数，考虑红球个数来自于两个盒内拿出红球个数的总和，所以可将红球总数进行分配，从而得到每个盒中出红球的情况，进而计算出概率

（1）设事件 A_i 为"甲盒中取出 i 个红球"，事件 B_j 为"乙盒中取出 j 个红球"

则 $P\left(A_i\right)=\frac{C_1^iC_3^{2-i}}{C_4^2},P\left(B_j\right)=\frac{C_3^jC_3^{2-j}}{C_6^2}$

设事件 A 为"4 个球中没有红球"

则 $P\left(A\right)=P\left(A_0\right)\cdot P\left(B_0\right)=\frac{C_1^0C_3^2}{C_4^2}\cdot\frac{C_3^0C_3^2}{C_6^2}=\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{15}=\frac{1}{10}$

（2）设事件 B 为"4 个球中恰有 1 个红球"

$\therefore P\left(B\right)=P\left(A_0B_1\right)+P\left(A_1B_0\right)=\frac{C_1^0C_3^2}{C_4^2}\cdot\frac{C_3^1C_3^1}{C_6^2}+\frac{C_1^1C_3^1}{C_4^2}\cdot\frac{C_3^0C_3^2}{C_6^2}=\frac{3}{6}\cdot\frac{9}{15}+\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{15}=\frac{2}{5}$

（3）ξ 可取的值为 $0,1,2,3$

$\therefore P\left(\xi=0\right)=P\left(A\right)=\frac{1}{10}$　　　　$P\left(\xi=1\right)=P\left(B\right)=\frac{2}{5}$

$P\left(\xi=2\right)=P\left(A_0B_2\right)+P\left(A_1B_1\right)=\frac{C_1^0C_3^2}{C_4^2}\cdot\frac{C_3^2C_3^0}{C_6^2}+\frac{C_1^1C_3^1}{C_4^2}\cdot\frac{C_3^1C_3^1}{C_6^2}=\frac{2}{5}$

$P\left(\xi=3\right)=P\left(A_1B_2\right)=\frac{C_1^1C_3^1}{C_4^2}\cdot\frac{C_3^0C_3^2}{C_6^2}=\frac{3}{6}\cdot\frac{3}{15}=\frac{1}{10}$

$\therefore\xi$ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{1}{10}$

$\therefore E\xi=0\times\frac{1}{10}+1\times\frac{2}{5}+2\times\frac{2}{5}+3\times\frac{1}{10}=\frac{3}{2}$

3.解：（1）设事件 A 为“两只手中所取的球颜色不同”，则 $\overline{A}$ 为“两只手中所取的球颜色相同”

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\left(\frac{2}{9}\cdot\frac{3}{9}+\frac{3}{9}\cdot\frac{3}{9}+\frac{4}{9}\cdot\frac{3}{9}\right)=\frac{2}{3}$$

（2）X 可取的值为 $0,1,2$

左手取球成功的概率 $P_1=\dfrac{C_2^2+C_3^2+C_4^2}{C_9^2}=\dfrac{5}{18}$

右手取球成功的概率 $P_2=\dfrac{C_3^2+C_3^2+C_3^2}{C_9^2}=\dfrac{1}{4}$

$$\therefore P(X=0)=\left(1-\frac{5}{18}\right)\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{13}{24}$$

$$P(X=1)=\left(1-\frac{5}{18}\right)\cdot\frac{1}{4}+\frac{5}{18}\cdot\left(1-\frac{1}{4}\right)=\frac{7}{18}$$

$$P(X=2)=\frac{5}{18}\cdot\frac{1}{4}=\frac{5}{72}$$

$\therefore X$ 的分布列为

X	0	1	2
P	$\frac{13}{24}$	$\frac{7}{18}$	$\frac{5}{72}$

$$\therefore EX=0\times\frac{13}{24}+1\times\frac{7}{18}+2\times\frac{5}{72}=\frac{19}{36}$$

4.（1）思路：本题为有放回摸球，可理解为独立重复试验，如果摸球四次就停止，说明在这四次中一共摸到 3 次红球，且前三次有两次摸到红球，第四次又摸到红球。通过红白球数量关系可知一次摸球中摸到红球的概率为 $\frac{1}{3}$，然后可按照分析列式并求出概率。

解：设事件 A 为“摸球四次即停止摸球“

解：依题意可得：在一次摸球中，摸到红球的概率为 $\frac{1}{3}$

$$\therefore P(A)=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{4}{9}$$

（2）思路：可知 ξ 可取的值为 $0,1,2,3$，当 $\xi=0,1,2$ 时，摸球是通过完成 5 次后停止，所以可利用独立重复试验模型计算概率；当 $\xi=3$ 时，按照规则有可能摸球提前结束，所以要

按摸球的次数（3 次，4 次，5 次）分类讨论后再汇总

解：ξ 可取的值为 $0,1,2,3$

$\therefore P(\xi=0)=\left(\frac{2}{3}\right)^5=\frac{32}{243}$　　　　$P(\xi=1)=C_5^1\left(\frac{1}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)^4=\frac{80}{243}$

$P(\xi=2)=C_5^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{80}{243}$

$P(\xi=3)=\left(\frac{1}{3}\right)^3+C_3^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)+C_4^2\left(\frac{1}{3}\right)^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)=\frac{51}{243}=\frac{17}{81}$

$\therefore \xi$ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{32}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{80}{243}$	$\frac{17}{81}$

$\therefore E\xi=0\times\frac{32}{243}+1\times\frac{80}{243}+2\times\frac{80}{243}+3\times\frac{17}{81}=\frac{131}{81}$

5.解：（1）设 A_i 为“获得 i 等奖”

$P(A_1)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{256}$

$P(A_2)=\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\cdot\left(A_3^3-1\right)=\frac{5}{256}$

$P(A_3)=C_3^1\cdot\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}\cdot A_4^2=\frac{9}{64}$

（2）摸球次数 ξ 可取的值为 $1,2,3,4$

$\therefore P(\xi=1)=\frac{1}{4}$　　　　$P(\xi=2)=\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{3}{16}$

$P(\xi=3)=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{4}=\frac{9}{64}$　　　　$P(\xi=4)=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{27}{64}$

$\therefore \xi$ 的分布列为：

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{9}{64}$	$\frac{27}{64}$

$\therefore E\xi=1\times\frac{1}{4}+2\times\frac{3}{16}+3\times\frac{9}{64}+4\times\frac{27}{64}=\frac{11}{4}$

6.（1）思路：本题的结果实质上是一个“拼球”的过程，即两个箱子各自拿球，然后统计白球的个数。则①：若摸出 3 个白球，则情况为甲 2 乙 1。②：若获奖，则白球个数不少于 2 个，可分成白球有 3 个或有 2 个两种情况，分别求出概率再求和即可

解：设 A_i 为“甲箱子里取出 i 个白球”，B_j 为“乙箱子里取出 j 个白球”

① 设事件 A 为“摸出 3 个白球”

$$\therefore P(A)=P(A_2B_1)=\frac{C_3^2}{C_5^2}\cdot\frac{C_1^1\cdot C_2^1}{C_3^1}=\frac{1}{5}$$

② 设事件 B 为“获奖”（即白球不少于 2 个）

$$\therefore P(B)=P(A_1B_1)+P(A_2B_0)+P(A_2B_1)=\frac{C_3^1\cdot C_2^1}{C_5^2}\cdot\frac{C_1^1C_2^1}{C_3^2}+\frac{C_3^2}{C_5^2}\cdot\frac{C_2^2}{C_3^2}+\frac{1}{5}=\frac{7}{10}$$

（2）思路：三次游戏可视为独立重复试验，所以获奖次数 X 服从二项分布，由（1）可得 $X\sim B\left(3,\frac{7}{10}\right)$，从而可利用公式计算概率，列出分布列

解：X 可取的值为 $0,1,2,3$，依题意可得：$X\sim B\left(3,\frac{7}{10}\right)$

$$\therefore P(X=0)=C_3^0\left(\frac{3}{10}\right)^3=\frac{27}{1000}\qquad P(X=1)=C_3^1\left(\frac{7}{10}\right)\left(\frac{3}{10}\right)^2=\frac{189}{1000}$$

$$P(X=2)=C_3^2\left(\frac{7}{10}\right)^2\left(\frac{3}{10}\right)=\frac{441}{1000}\qquad P(X=3)=C_3^3\left(\frac{7}{10}\right)^3=\frac{343}{1000}$$

$\therefore X$ 的分布列为：

X	0	1	2	3
P	$\frac{27}{1000}$	$\frac{189}{1000}$	$\frac{441}{1000}$	$\frac{343}{1000}$

$\because X\sim B\left(3,\frac{7}{10}\right)$

$\therefore EX=3\cdot\frac{7}{10}=\frac{21}{10}$

7.（1）思路：此问可用古典概型解决，事件 Ω 为“10 个球中任意摸出 3 个球”，则 $n(\Omega)=C_{10}^3$，所求事件 A 为“均是白球”，则 $n(A)=C_4^3$，从而 $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{30}$

解：设事件 A 为“3 个球均为白球“

$$P(A)=\frac{C_4^3}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$$

（2）思路：按题目叙述可知对于摸 3 次球，由于是有放回的摸，所以相当于独立重复试验，结合 ξ 的含义可知 ξ 服从二项分布。但“摸球成功”的概率还未知，所以先根据“摸球成功”的要求利用古典概型计算出一次成功的概率，再通过二项分布的公式计算 ξ 的分布列即可

解：设事件 B 为“一次摸球成功”

$$\therefore P(B)=\frac{C_6^2\cdot C_4^1+C_6^3\cdot C_4^0}{C_{10}^3}=\frac{80}{120}=\frac{2}{3}$$

ξ 的取值为 $0,1,2,3$，依题意可得：$\xi\sim B\left(3,\frac{2}{3}\right)$

$$\therefore P(\xi=0)=C_3^0\left(\frac{1}{3}\right)^3=\frac{1}{27} \qquad P(\xi=1)=C_3^1\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{3}\right)^2=\frac{6}{27}$$

$$P(\xi=2)=C_3^2\left(\frac{2}{3}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^1=\frac{12}{27} \qquad P(\xi=3)=C_3^3\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$$

$\therefore \xi$ 的分布列为：

ξ	0	1	2	3
P	$\frac{1}{27}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{8}{27}$

$$\therefore E\xi=0\times\frac{1}{27}+1\times\frac{2}{9}+2\times\frac{4}{9}+3\times\frac{8}{27}=2$$

8.（1）思路：本题的特点在于每个编号都有 3 个球，若将这 12 个球视为不同元素，则可利用古典概型进行计算，设 Ω 为“12 个球中任取 3 个”，则 $n(\Omega)=C_{12}^3$，事件 A 为“三个球数字各不相同”，则计数时第一步要先选出不同的三个编号，即 C_4^3，然后每个编号中都有 3 个小球可供选择，即 $C_3^1\cdot C_3^1\cdot C_3^1$，所以 $n(A)=C_4^3\cdot\left(C_3^1\right)^2$。进而可计算出 $P(A)$

解：设事件 A 为“三个球数字各不相同”

$$\therefore P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_4^3\cdot\left(C_3^1\right)^3}{C_{12}^3}=\frac{27}{55}$$

（2）思路：依题意可知 X 的取值为 $1,2,3,4$，依然用古典概型解决，但要明确 X 取每个值时所代表的情况：当 $X=1$ 时，只能 3 个球均为 1 号球；当 $X=2$ 时，说明至少有一个 2 号球，其余的用 1 号球组成，即 $C_3^3+C_3^2C_3^1+C_3^1C_3^2$，或者使用间接法：从 1,2 号共 6 个球中先随意取三个，再减去不含 2 号球的情况，即 $\left(C_6^3-C_3^3\right)$ 个，同理可得：$X=3$ 时，至少有一个 3 号球，其余的球为 1,2 号球，所以由 $\left(C_9^3-C_3^6\right)$ 个，$X=4$ 时，至少有一个 4 号球，其余的球为 1,2,3 号球，所以由 $\left(C_{12}^3-C_9^3\right)$ 个，进而求得概率得到分布列

解：X 的取值为 $1,2,3,4$

$\therefore P\left(X=1\right)=\dfrac{C_3^3}{C_{12}^3}=\dfrac{1}{220}$ $\qquad P\left(X=2\right)=\dfrac{C_6^3-C_3^3}{C_{12}^3}=\dfrac{19}{220}$

$P\left(X=3\right)=\dfrac{C_9^3-C_6^3}{C_{12}^3}=\dfrac{64}{220}$ $\qquad P\left(X=4\right)=\dfrac{C_{12}^3-C_9^3}{C_{12}^3}=\dfrac{136}{220}$

$\therefore X$ 的分布列为：

X	1	2	3	4
P	$\dfrac{1}{220}$	$\dfrac{19}{220}$	$\dfrac{16}{55}$	$\dfrac{34}{55}$

$\therefore EX=1\times\dfrac{1}{220}+2\times\dfrac{19}{220}+3\times\dfrac{16}{55}+4\times\dfrac{34}{55}=\dfrac{775}{220}=\dfrac{155}{44}$

9.（1）思路：以两球号码最大值为 n 的概率为入手点，则该叙述等价于“取出一个 n 号球和一个其它号码球的概率为 $\dfrac{1}{4}$，从而利用古典概型列出关于 n 的方程并解出 n

解：设事件 A 为“两球号码最大值为 n”

$\therefore P\left(A\right)=\dfrac{1\cdot C_{n-1}^1}{C_n^2}=\dfrac{1}{4}$ 即 $\dfrac{n-1}{\dfrac{n\left(n-1\right)}{2}}=\dfrac{1}{4}$ 解得：$n=8$

（2）思路：由（1）可得小球的编号为 $1-8$，结合所给的例子可知 ξ 的取值为 $1,2,3,4$，其概率可用古典概型计算。$\xi=1$ 代表所取得数两两不相邻，可能的情况有 $\{1,3,5,7\}$，$\{1,3,5,8\},\{1,3,6,8\},\{1,4,6,8\},\{2,4,6,8\}$ 共 5 种；$\xi=2$ 表示只有一对相邻的数或两对相邻的数（两队相邻的数之间不再相邻）；$\xi=3$ 表示有三个相邻的数，与另一个数不相邻；$\xi=4$

表示四个数均相邻，共 5 个。由于$\xi=2$包含情况较复杂，所以可以考虑算出其他情况的概率再用 1 减即可。

解：ξ的取值为$1,2,3,4$

$P(\xi=1)=\frac{5}{C_8^4}=\frac{1}{14}$　　　　$P(\xi=3)=\frac{4\times2+3\times4}{C_8^4}=\frac{20}{70}=\frac{2}{7}$

$P(\xi=4)=\frac{5}{C_8^4}=\frac{5}{70}=\frac{1}{14}$

$\therefore P(\xi=2)=1-P(\xi=1)-P(\xi=3)-P(\xi=4)=\frac{4}{7}$

$\therefore \xi$的分布列为：

ξ	1	2	3	4
P	$\frac{1}{14}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{14}$

$\therefore E\xi=1\times\frac{1}{14}+2\times\frac{4}{7}+3\times\frac{2}{7}+4\times\frac{1}{14}=\frac{33}{14}$

10.思路：（1）本题的球重与编号存在函数关系，要解得重量大于号码数的概率，先要判断出在35个球中，那些球的重量大于号码数，即解不等式$\frac{n^2}{2}-5n+15>n$，可解出$n>6+\sqrt{6}$或$n<6-\sqrt{6}$，所以n的解集为$\{1,2,3,9,10,11,\cdots35\}$共 30 个数，所以取出球重量大于号码数的概率为$\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$

解：设事件A为“取 1 球其重量大于号码数”

若球重量大于号码数，则$\frac{n^2}{2}-5n+15>n$

$\therefore n^2-12n+30>0$，解得：$n>6+\sqrt{6}$或$n<6-\sqrt{6}$

$\because 1\le n\le 35, n\in N^*$

$\therefore n$的取值集合为$\{1,2,3,9,10,11,\cdots35\}$，共 30 个元素

$\therefore P(A)=\frac{30}{35}=\frac{6}{7}$

（2）思路：不妨设取出的球的编号为m,n，从而$\frac{n^2}{2}-5n+15=\frac{m^2}{2}-5m+15$，可推得：$m+n=10$，从而取出球的组合为$\{1,9\},\{2,8\},\{3,7\},\{4,6\}$共4组，所以概率为$\frac{4}{C_{35}^2}$

解：设所取球的编号为m,n，依题意可得：

$$\frac{n^2}{2}-5n+15=\frac{m^2}{2}-5m+15$$

$$\therefore n^2-m^2=10(n-m)\Rightarrow(n-m)(n+m-10)=0$$

$\because m\neq n\qquad\therefore m+n=10$

取出球的组合为$\{1,9\},\{2,8\},\{3,7\},\{4,6\}$

设事件B为“取出2球重量相等”

$$\therefore P(B)=\frac{4}{C_{35}^2}=\frac{4}{595}$$

（3）思路：依题意可知：ξ可取的值为$1,2,3$，由（1）可知球重量大于号码的概率为$\frac{6}{7}$，因为是可放回的抽取，所以每次抽取为独立重复试验。当$\xi=1$时，可知取出的球重量小于号码数；当$\xi=2$时，则第一次取出的球比号码数大，第二次取出的球比号码数小；当$\xi=3$时，则前两次取出的球比号码数大（无论第三次如何都终止取球），从而求出概率得到分布列

解：ξ可取的值为$1,2,3$，由（1）可知取出球重量大于号码的概率$P(A)=\frac{6}{7}$

$$\therefore P(\xi=1)=P(\overline{A})=1-\frac{6}{7}=\frac{1}{7}$$

$P(\xi=2)=\frac{6}{7}\cdot\frac{1}{7}=\frac{6}{49}\qquad P(\xi=3)=\frac{6}{7}\cdot\frac{6}{7}=\frac{36}{49}$

$\therefore\xi$的分布列为：

ξ	1	2	3
P	$\frac{1}{7}$	$\frac{6}{49}$	$\frac{36}{49}$

$$\therefore E\xi=1\times\frac{1}{7}+2\times\frac{6}{49}+3\times\frac{36}{49}=\frac{127}{49}$$

训练参考答案

1、解析：（1）① 设顾客所获的奖励额为X

$$\therefore P\left(X=60\right)=\frac{C_1^1C_3^1}{C_4^2}=\frac{1}{2}$$

（2）X可取的值为$20,60$

$$P\left(X=60\right)=\frac{C_1^1C_3^1}{C_4^2}=\frac{1}{2} \qquad P\left(X=20\right)=\frac{C_3^2}{C_4^2}=\frac{1}{2}$$

$\therefore X$的分布列为

X	20	60
P	0.5	0.5

所以顾客所获的奖励额的期望为$EX=40$.

（2）每个顾客平均奖励额为$\frac{60000}{1000}=60$元，可知期望有可能达到60的只有方案$\left(10,10,50,50\right)$或$\left(20,20,40,40\right)$，分别分析以下两种方案：

方案一：$\left(10,10,50,50\right)$，则X_1的取值为$20,60,100$

$$P\left(X_1=20\right)=\frac{1}{C_4^2}=\frac{1}{6} \qquad P\left(X_1=60\right)=\frac{C_2^1\cdot C_2^1}{C_4^2}=\frac{2}{3} \qquad P\left(X_1=100\right)=\frac{1}{C_4^2}=\frac{1}{6}$$

$$\therefore EX_1=20\cdot\frac{1}{6}+60\cdot\frac{2}{3}+100\cdot\frac{1}{6}=60$$

$$DX_1=\left(20-60\right)^2\cdot\frac{1}{6}+\left(60-60\right)^2\cdot\frac{2}{3}+\left(100-60\right)^2\cdot\frac{1}{6}=\frac{1600}{3}$$

方案二：$\left(20,20,40,40\right)$，则X_2的取值为$40,60,80$

$$P\left(X_2=40\right)=\frac{1}{C_4^2}=\frac{1}{6} \qquad P\left(X_2=60\right)=\frac{C_2^1\cdot C_2^1}{C_4^2}=\frac{2}{3} \qquad P\left(X_2=80\right)=\frac{1}{C_4^2}=\frac{1}{6}$$

$$\therefore EX_2=40\cdot\frac{1}{6}+60\cdot\frac{2}{3}+80\cdot\frac{1}{6}=60$$

$$DX_1=\left(40-60\right)^2\cdot\frac{1}{6}+\left(60-60\right)^2\cdot\frac{2}{3}+\left(80-60\right)^2\cdot\frac{1}{6}=\frac{400}{3}$$

由于两种方案的奖励额的期望都符合要求，但方案 2 奖励额的方差比方案 1 的小，所以应该选择方案 2.

2、解析：（1）设事件A为“3 张卡片数字完全相同”

$\therefore P(A)=\dfrac{C_4^3+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{5}{84}$

（2）X 可取的值为$1,2,3$

$P(X=1)=\dfrac{C_4^3+C_4^2C_5^1}{C_9^3}=\dfrac{34}{84}=\dfrac{17}{42}$

$P(X=2)=\dfrac{C_3^1C_4^1C_4^2+C_3^2C_6^1+C_3^3}{C_9^3}=\dfrac{43}{84}$

$P(X=3)=\dfrac{C_2^2C_7^1}{C_9^3}=\dfrac{7}{84}=\dfrac{1}{12}$

$\therefore X$ 的分布列为：

X	1	2	3
P	$\dfrac{17}{42}$	$\dfrac{43}{84}$	$\dfrac{1}{12}$

$\therefore EX=1\cdot\dfrac{17}{42}+2\cdot\dfrac{43}{84}+3\cdot\dfrac{1}{12}=\dfrac{47}{28}$

3、解析：（1）设事件 A 为“一个 2 号球，一个 3 号球”

$\therefore P(A)=\dfrac{C_3^1\cdot C_6^1}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{5}$

（2）ξ 可取的值为$3,4,5,6$

$P(\xi=3)=\dfrac{1\cdot C_3^1}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{15}$　　　$P(\xi=4)=\dfrac{C_3^2+1\cdot C_6^1}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{5}$

$P(\xi=5)=\dfrac{C_3^1C_6^1}{C_{10}^2}=\dfrac{2}{5}$　　　$P(\xi=6)=\dfrac{C_6^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{3}$

ξ 的分布列为：

ξ	3	4	5	6
P	$\dfrac{1}{15}$	$\dfrac{1}{5}$	$\dfrac{2}{5}$	$\dfrac{1}{3}$

$\therefore E\xi=3\times\dfrac{1}{15}+4\times\dfrac{1}{5}+5\times\dfrac{2}{5}+6\times\dfrac{1}{3}=5$

4、解析：（1）设事件 A 为“3 个小球上的数字分别是 1,2,3”

$$P\left(A\right)=\frac{C_2^1\cdot C_2^1\cdot C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{15}$$

（2）设事件 B 为“3 个小球上的数字恰有 2 个相同”

$$P\left(B\right)=\frac{C_5^1C_8^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{3}$$

（3） X 可取的值为 $2,3,4,5$

$$P\left(X=2\right)=\frac{C_2^1+C_2^2C_2^1}{C_{10}^3}=\frac{4}{120}$$

$$P\left(X=3\right)=\frac{C_2^2C_4^1+C_2^1C_4^2}{C_{10}^3}=\frac{16}{120}$$

$$P\left(X=4\right)=\frac{C_2^2C_6^1+C_2^1C_6^2}{C_{10}^3}=\frac{36}{120}$$

$$P\left(X=5\right)=\frac{C_2^2C_8^1+C_2^1C_8^2}{C_{10}^3}=\frac{64}{120}$$

X 的分布列为：

X	2	3	4	5
P	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{8}{15}$

$$\therefore E\xi=2\times\frac{1}{30}+3\times\frac{2}{15}+4\times\frac{3}{10}+5\times\frac{8}{15}=\frac{13}{3}$$