类型 1： 事件的关系与运算、互斥事件、对立事件

1.【详解】由题意，可知 $A=\{1,2\}$， $B=\{2,3\}$，则 $A\cap B=\{1\}$， $A\cup B=\{1,2,3\}$，

∴ $A\cup B$ 表示向上的点数为 1 或 2 或 3．所以 D 正确

故选:C

2.【详解】记事件 $D=${1 枚硬币正面朝上}， $E=${2 枚硬币正面朝上}， $F=${3 枚硬币正面朝上}，则 $A=D\cup E\cup F$， $B=C\cup D\cup E$，

显然 $C\neq A\cap B$， $C\neq A\cup B$， $C\subseteq B$，C 不含于 A.

故选：D

3.【详解】由题意可知一个人打靶时连续射击三次，事件“至多有两次中靶”与“三次都中靶”不可能同时发生，

所以事件“至多有两次中靶”的互斥事件为“三次都中靶”，

故选：D

4.【详解】“至少有一个黑球”中包含“都是黑球”，A 正确；

“至少有一个黑球”与“都是红球”不可能同时发生，B 不正确；

“恰好有一个黑球”与“恰好有两个黑球”不可能同时发生，C 不正确；

“至多有一个黑球”与“至少有两个黑球”不可能同时发生，D 不正确.

故选:A.

5.【详解】颜色分别为红、黄、蓝的 3 个小球随机分给甲、乙、丙 3 个人，每人 1 个，

基本事件为：“甲红，乙黄，丙蓝”、“甲红，乙蓝，丙黄”、“甲黄，乙红，丙蓝”、

“甲黄，乙蓝，丙红”、“甲蓝，乙红，丙黄”、“甲蓝，乙黄，丙红”，共 6 个，

A 选项，“甲分得红球”包括：“甲红，乙黄，丙蓝”、“甲红，乙蓝，丙黄”，

“乙分得黄球”包括：“甲红，乙黄，丙蓝”、“甲蓝，乙红，丙黄”，

所以“甲分得红球”与“乙分得黄球”不是互斥事件，A 选项错误.

B 选项，“甲分得红球”包括：“甲红，乙黄，丙蓝”、“甲红，乙蓝，丙黄”，

“乙分得红球”： 甲黄，乙红，丙蓝”、“甲蓝，乙红，丙黄”，

所以“甲分得红球”与“乙分得红球” 互斥且不对立，B 选项正确.

C 选项，“甲分得红球，乙分得蓝球”包括：“甲红，乙蓝，丙黄”，

“丙分得黄球”包括：“甲红，乙蓝，丙黄”、“甲蓝，乙红，丙黄”，

所以“甲分得红球，乙分得蓝球”与“丙分得黄球” 不是互斥事件，C 选项错误.

D 选项，“甲分得红球”包括：“甲红，乙黄，丙蓝”、“甲红，乙蓝，丙黄”，

“乙分得红球或丙分得红球”包括：“甲黄，乙红，丙蓝”、“甲黄，乙蓝，丙红”、

“甲蓝，乙红，丙黄”、“甲蓝，乙黄，丙红”，

所以“甲分得红球”与“乙分得红球或丙分得红球”是对立事件，D 选项错误.

故选：B

6.【详解】因为事件 A 是否发生对事件 B、C 是否发生不产生影响，所以 A 与 B，A 与 C 均相互独立.

故选：A

7.【详解】$\because P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}$，

$\therefore P(AB)=P(A)P(B)=\frac{1}{9}\neq 0$，

$\therefore$事件 A 与 B 相互独立、事件 A 与 B 不互斥，故不对立.

故选：C

8【详解】若事件 A，B 互斥，则 $P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{4}{3}>1$，与事件的概率小于等于 1 矛盾，故事件 A，B 不互斥；

若事件 A，B 相互独立，则 $P(AB)=P(A)P(B)$，而题设无法判断 $P(AB)=P(A)P(B)$ 是否成立，故无法判断事件 A，B 是否相互独立.

故选：C.

类型 2：利用相互独立事件概率乘法公式、互斥事件概率加法公式求随机变量的概率

1.【详解】并联的元件 A_1A_2 正常工作的概率为 $1-(1-0.7)(1-0.7)=0.91$，

故系统正常工作的概率为 $0.91\times 0.9=0.819$，

故选：C.

2.【详解】依题意，有一个机构研制成功的概率为 $\frac{1}{3}\times\left(1-\frac{1}{4}\right)+\left(1-\frac{1}{3}\right)\times\frac{1}{4}=\frac{5}{12}$.

故选：B

3.【详解】因为甲，乙，丙三人被该公司录取的概率分别是 $\frac{1}{6},\frac{1}{4},\frac{1}{3}$，且三人录取结果相互之间没有影响，所以他们三人都没有被录取的概率为 $\left(1-\frac{1}{6}\right)\times\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=\frac{5}{12}$，故他们三人中至少有一人被录取的概率为 $1-\frac{5}{12}=\frac{7}{12}$.

故选:D

4.【解析】(1)设事件 A_i 为“甲第 i 次投中”，事件 B_i 为“乙第 i 次投中”，$i=1$，2，
由事件的独立性和互斥性可得，

P(至少投进 3 球)$=P(A_1A_2B_1B_2)+P(\overline{A_1}A_2B_1B_2)+P(A_1\overline{A_2}B_1B_2)+P(A_1A_2\overline{B_1}B_2)+P(A_1A_2B_1\overline{B_2})$

$=\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}+2\times(\frac{1}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}+\frac{4}{5}\times\frac{4}{5}\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4})=\frac{39}{50}$,

所以“火星队”至少投中 3 个球的概率为$\frac{39}{50}$.